

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**“Convecção Natural em Placa Plana Vertical: Influência de Superfícies
Vizinhas no Coeficiente de Transferência de Calor”**

Dissertação submetida à
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia.

Eng. ROSSANO RENIR COMUNELLO

Florianópolis, abril de 2007.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**“Convecção Natural em Placa Plana Vertical: Influência de Superfícies
Vizinhas no Coeficiente de Transferência de Calor”**

ROSSANO RENIR COMUNELLO

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
MESTRE EM ENGENHARIA
ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA SENDO APROVADA EM SUA FORMA
FINAL.

Prof. Saulo Güths, Dr. Ing. (Orientador)

Prof. Fernando Cabral, Ph. D. (Coordenador)

BANCA EXAMINADORA

Prof. Vicente de Paulo Nicolau, Dr. - Presidente

Prof. Amir Antônio Martins de Oliveira Jr., Ph.D. Eng.

Prof. Antônio Carlos Ribeiro Nogueira, Dr.Eng.

FICHA CATALOGRÁFICA

Comunelo, Rossano Renir, 2007

C741c

Convecção Natural em Placa Plana Vertical: Influência de Superfícies Vizinhas no Coeficiente de Transferência de Calor / Rossano Renir Comunelo - Orientador: Saulo Güths
Florianópolis: EMC - UFSC, 2007.

117f. : il.

Inclui Bibliografia.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina. Centro Tecnológico.

1 - Convecção Natural 2 - Coeficiente de Troca por Convecção
3 - Simulação Numérica 4 - Experimentação Fluxímetros 5 - Título

621.402

Índices para catálogo sistemático:

1. Convecção Natural.
2. Placa Plana Vertical.
3. Experimentação em Ciências Térmicas.
4. Fluxo de calor.
5. Simulação.

Mamãe¹, Papai, Digo, Tio Jair, Tia Erica e Terê.

pequena Cacá e pequeno Arthur.

¹in memoriam

Agradecimentos

Vale escrever que:

Agradeço a “Deus” meu querido “Deus” que me aguenta o dia inteiro.

Curvo-me muito grato ao professor Dr. Saulo Güths, pela orientação e conhecimentos transmitidos e por dedicar seu tempo a explicar-me coisas úteis e sábias.

Assim também ao(s):

CNPq que disponibilizou os recursos financeiros para o andamento desta pesquisa.

POSMEC e aos professores associados pela aceitação do projeto.

Meus familiares, primos, primas, tios, tias, vovó, que dedicaram um pouquinho do seu tempo para pensar e até mesmo se preocupar comigo.

Membros e ex-membros do LMPT¹, Alexandre, Capico, Carelli, Damian, Danielle, Edvaldo, Eduardo, Emerich, Fabiano, Fred, Gerson, Gustavo, Gustavo (magrão), Hegele, Henrique, Humberto, Julia, Maria Teresa, Michelli, Sidney, Surmas, Victor. E professores, Dr. Bellini e Dr. Vicente, Dr. Philippi e Dr. Celso.

Amigos e amigas Arlei e Silvana, Humberto (sacola), Makson, Sandro e Jaque, Rosália e Pedro, Clerverton e Karla, Angela, Beto, às irmãs super poderosas: Eliane, Regiane e Luciane e também, Alexsandre, Augusto, Clésio, Dalmo, Melchior, Luciano, enfim, muitos que também se preocuparam e pensaram um pouquinho em mim.

Todos da turma de Engenharia Mecânica **MECÂNICA97-2** que ajudaram-me, mesmo descascando críticas zombeteiras e até mesmo construtivas.

E todos de boa vontade.

¹em ordem alfabética

Sumário

Lista de Figuras	p. ix
Lista de Tabelas	p. xiii
Lista de Símbolos	p. xiv
Resumo	p. xvi
Abstract	p. xvii
1 INTRODUÇÃO	p. 1
1.1 Generalidades	p. 1
1.2 Objetivos	p. 2
1.3 Metodologia	p. 3
1.4 Organização da Dissertação	p. 3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	p. 4
2.1 Convecção Natural	p. 4
2.1.1 O Trabalho de Simon Ostrach de 1952	p. 7
2.1.2 O Trabalho de Yogesh Jaluria de 1985	p. 9
2.1.3 Outros Trabalhos	p. 9
2.2 Equações Matemáticas	p. 16
2.2.1 Equações Descritivas	p. 16
2.2.2 Importantes Grupos Adimensionais	p. 18
2.2.3 O Coeficiente de Troca “h”	p. 22

2.3	Métodos de Medição de Fluxo de Calor	p. 23
2.3.1	Método Calorimétrico	p. 23
2.3.2	Campo de Temperatura	p. 24
2.3.3	Método Fluximétrico	p. 24
2.3.4	Gradiente de Temperatura	p. 29
2.4	Métodos de Calibração do Fluxímetro a Gradiente Tangencial	p. 30
2.4.1	Duplo Simultâneo	p. 30
2.4.2	Transdutor Auxiliar	p. 32
3	O APARATO EXPERIMENTAL	p. 33
3.1	Montagem dos Fluxímetros e da Bancada	p. 33
3.2	Calibração dos Transdutores	p. 40
3.2.1	Avaliação da Sensibilidade do Fluxímetro	p. 40
3.3	Avaliação do Aparato Experimental	p. 42
3.3.1	Gradiente de Temperatura na Placa Metálica	p. 42
3.3.2	Avaliação do gradiente de temperatura na “caixa protetora”	p. 45
3.3.3	Transferência Radiativa	p. 46
3.4	Comparação Teórico \times Experimental	p. 47
4	A MODELAGEM COMPUTACIONAL	p. 50
4.1	Parâmetros de Simulação	p. 50
4.2	Casos Simulados	p. 52
4.3	Tamanho do Domínio	p. 55
4.4	Tamanho e Discretização da Malha	p. 55
4.5	Condições de Contorno	p. 59
4.5.1	Condição de contorno de <i>pressão prescrita</i> \times <i>simetria</i>	p. 62
4.6	Comparação Numérico-Teórico	p. 65

5 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS	p. 69
5.1 A Mudança no Escoamento	p. 70
5.2 O Aumento da Temperatura na Face Posterior do Isolamento	p. 74
5.3 Influência da Espessura da Placa	p. 76
5.4 Influência da Altura da Placa	p. 77
5.5 Aproximação da Parede Horizontal Inferior	p. 81
5.6 Aproximação da Parede Vertical Posterior	p. 84
5.7 Aproximação Simultânea das Paredes Horizontal e Vertical	p. 88
6 CONCLUSÕES	p. 91
6.1 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS	p. 92
Apêndice A – Apêndice A	p. 94
A.1 Propagação de Erros	p. 94
Apêndice B – Apêndice B	p. 97
B.1 Materiais Utilizados na Confecção da Bancada Experimental	p. 97
Referências	p. 98

Lista de Figuras

1	Convecção natural externa	p. 5
2	Placa em convecção natural: difusão e convecção.	p. 6
3	Modelagem adotada por Elenbaas [1942].	p. 6
4	Modelagem adotada por Ostrach [1952].	p. 7
5	Modelagem adotada por Jaluria [1985].	p. 10
6	Formação de uma canal genérico.	p. 11
7	Modelagem adotada por Kaiser, Zamora e Viedma [2004].	p. 13
8	Modelagem adotada por Zamora e Hernández [1997].	p. 14
9	Problema resolvido numericamente por Liu e Tao [1996].	p. 16
10	Ilustração da hipótese do contínuo.	p. 17
11	Região de análise de Ostrach [1952].	p. 19
12	Efeito do número de Prandtl	p. 21
13	Perfil de um transdutor do tipo calorimétrico.	p. 23
14	Modo geral de medição do fluxo de calor em uma placa.	p. 25
15	Perturbação das linhas de fluxo de calor	p. 26
16	Perfil de um transdutor à termopilha soldada.	p. 27
17	Vista de um transdutor à termopar depositado.	p. 27
18	Perfil de transdutor à furo metalizado.	p. 28
19	Corte transversal de um fluxímetro a gradiente tangencial.	p. 28
20	Medição do fluxo de calor junto à placa.	p. 29
21	Primeira etapa da calibração simultânea.	p. 30
22	Segunda etapa da calibração simultânea.	p. 31

23	Calibração com transdutor auxiliar.	p. 32
24	Perfil da montagem experimental: paredes próximas à placa plana.	p. 33
25	Corte transversal do dispositivo experimental.	p. 34
26	Vista do dispositivo experimental.	p. 35
27	Vista da caixa de proteção.	p. 37
28	Vista frontal dos transdutores fixados na placa.	p. 38
29	Vista frontal dos transdutores fixados na placa.	p. 39
30	Constante de calibração, fluxímetro 2, em função da potência dissipada na resistência aquecedora.	p. 41
31	Experimentação para estimar a sensibilidade de um fluxímetro.	p. 42
32	Modelo para a verificação da isoterma da placa.	p. 43
33	Gráfico da influência da condutividade térmica “k” na isoterma da placa. . .	p. 45
34	Esquema de montagem do termopar diferencial no interior da caixa protetora.	p. 46
35	Variação do coeficiente de troca teórico e experimental.	p. 48
36	Comparação teórico \times experimental.	p. 49
37	Modelo computacional da encastrada	p. 52
38	Modelo computacional da placa livre	p. 53
39	Modelo computacional de placa inferior próxima	p. 53
40	Modelo computacional de placa posterior próxima	p. 54
41	Modelo computacional de placas posterior e inferior próximas	p. 54
42	Dimensões do domínio computacional	p. 56
43	Esquema de crescimento da malha.	p. 57
44	Detalhe da construção da malha. Em destaque a placa plana.	p. 58
45	Nusselt local para diferentes discretizações da malha.	p. 60
46	Exemplo de “far field” utilizado em Kettleborough [1972].	p. 61
47	“Far field” utilizado neste trabalho.	p. 61

48	Condições de contorno aplicadas à placa plana	p. 62
49	Número de Nusselt: Pressão prescrita e simetria	p. 62
50	Campo de velocidades para condição de contorno de pressão prescrita	p. 63
51	Campo de velocidades para condição de contorno de pressão prescrita	p. 64
52	Modelagem da placa encastrada	p. 66
53	Modelagem computacional da placa encastrada.	p. 66
54	Comparação simulado X teórico: caso da placa encastrada Ostrach [1952] . .	p. 67
55	Comparação simulado X teórico: caso da placa encastrada Ostrach [1952] . .	p. 68
56	Variação do coeficiente “h” para o caso da placa encastrada isotérmica com $H = 15,0\text{ cm}$ e $\Delta T = 20\text{ K}$	p. 69
57	Escoamento sobre a placa livre	p. 71
58	Campo de temperatura do ar: caso placa livre	p. 72
59	Escoamento sobre a placa plana	p. 73
60	Campo de temperatura do ar: caso placa plana	p. 74
61	Comprativo entre o coeficiente convectivo “h” na placa livre e com superfícies próximas, $H = 15,0\text{ cm}$, $\Delta T = 20\text{ K}$	p. 75
62	Modelagem por resistências equivalentes do aquecimento posterior.	p. 76
63	Diferentes espessura da placa plana vertical isotérmica.	p. 77
64	Variação do número de Nusselt para diferentes espessuras da placa plana, $H = 15\text{ cm}$ e $\Delta T = 20\text{ K}$	p. 78
65	Variação do número de Nusselt para três espessuras de placa diferentes. . . .	p. 79
66	Aproximação da parede vertical e parede horizontal, $\Delta T = 20\text{ K}$	p. 79
67	Aproximação da parede vertical, $\Delta T = 20\text{ K}$	p. 80
68	Linhas de fluxo	p. 81
69	Modificação dos vetores velocidade, $H = 15,0\text{ cm}$, $\Delta T = 20\text{ K}$, $y = 5\text{ cm}$	p. 82
70	Efeito da aproximação de parede horizontal, $H = 15,0\text{ cm}$, $\Delta T = 20\text{ K}$. .	p. 83
71	Efeito da aproximação de parede horizontal, $H = 30,0\text{ cm}$, $\Delta T = 20\text{ K}$. .	p. 84

72	Modificação das linhas de fluxo, $H = 15,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$, $b = 5 \text{ cm}$. . .	p. 85
73	Aproximação da parede vertical, $H = 15,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$	p. 86
74	Aproximação da parede vertical, $H = 30 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$	p. 86
75	Aproximação da parede vertical e horizontal, $H = 45 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$. . .	p. 87
76	Aproximação da parede vertical e horizontal, $H = 15,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$. .	p. 88
77	Aproximação da parede vertical e horizontal, $H = 30,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$. .	p. 89
78	Aproximação da parede vertical e horizontal, $H = 45,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$. .	p. 90

Lista de Tabelas

1	Correlações do número de Nu_y para o escoamento laminar sobre placa plana vertical isotérmica	p. 15
2	Valores da calibração dos fluxímetros.	p. 40
3	Valores para a sensibilidade dos fluxímetros.	p. 41
4	Propriedades dos materiais.	p. 44
5	Valores do coeficiente de troca de calor para comparação entre valores da simulação e resultados Teóricos	p. 68
6	Valores para análise de propagação de erros	p. 96
7	Propriedades termofísicas dos materiais utilizados	p. 97

Lista de Símbolos

Símbolos

x, y, z - Coordenadas no espaço (m).

$d.d.p.$ - Diferença de potencial elétrico (V).

H - Altura da placa (m).

u - Componente da velocidade na direção x ($\frac{m}{s}$).

v - Componente da velocidade na direção y ($\frac{m}{s}$).

w - Componente da velocidade na direção z ($\frac{m}{s}$).

k - Condutividade térmica de um material ($\frac{W}{mK}$).

T - Temperatura podendo ser (K) ou ($^{\circ}C$).

T_{∞} - Temperatura avaliada no infinito podendo ser (K) ou ($^{\circ}C$).

T_{viz} - Temperatura das vizinhanças podendo ser (K) ou ($^{\circ}C$).

a - Distância da placa à parede vertical (m).

b - Distância da placa ao chão (parede horizontal) (m).

h - Coeficiente de troca de calor por convecção ($\frac{W}{m^2K}$).

\bar{h} - Coeficiente de troca de calor médio por convecção ($\frac{W}{m^2K}$).

k - Coeficiente de condutividade térmica ($\frac{W}{mK}$).

k_f - Coeficiente de condutividade térmica equivalente do fluxímetro ($\frac{W}{mK}$).

s - Parâmetro de comprimento: espessura (m)

Pr - Número de Prandtl (\cdot).

Nu - Número de Nusselt (\cdot).

\overline{Nu} - Número de Nusselt médio (\cdot).

Re - Número de Reynolds (\cdot).

Bo - Número de Boussinesq (\cdot).

Ra - Número de Rayleigh (\cdot).

Gr - Número de Grashof (\cdot).

F' - Velocidade adimensional (\cdot).

Gregos

α - Difusividade térmica (\cdot) \ Coeficiente de dilatação térmica (K^{-1}) \ Poder termoe-létrico ($\frac{V}{K}$).

δ_T - Espessura de camada limite térmica (m).

δ - Espessura de camada limite hidrodinâmica (m).

ρ - Densidade ($\frac{kg}{m^3}$).

π - Número pi (rad).

ω - Velocidade angular ($\frac{rad}{s}$).

∞ - Símbolo para crescimento *infinito*.

β - Coeficiente de expansão térmica de um gás (K^{-1}).

v - Volume específico ($\frac{m^3}{Kg}$).

\wp - Função de várias variáveis.

\Im - Função de várias variáveis.

Φ_A - Fluxo de calor (W).

Φ_B - Fluxo de calor (W).

Φ'_B - Fluxo de calor (W).

Φ'_B - Fluxo de calor (W).

Θ - Temperatura adimensional (\cdot).

Resumo

“Convecção Natural em Placa Plana Vertical: Influência de Superfícies Vizinhas no Coeficiente de Transferência de Calor”

Trata-se de um estudo numérico-experimental de convecção natural laminar de uma placa plana vertical isotérmica em meio ao ar quiescente avaliando a influência de superfícies vizinhas. O objetivo é estimar o coeficiente de troca de calor por convecção em função da aproximação de superfícies (lateral e inferior), e como essa aproximação pode ser descrita em termos de parâmetros adimensionais, tais como Ra_L e Nu_L . A placa é aquecida por uma resistência térmica mantendo-se sua temperatura superficial constante.

Na bancada experimental foi utilizada a tecnologia de *transdutores de fluxo de calor à gradiente tangencial* para a leitura do fluxo de calor, sendo obtido o coeficiente de transferência de calor por convecção, h_{exp} . Para a solução numérica foi utilizado um código comercial em CFD, ANSYS-CFX, para a simulação do caso proposto, efetuando-se dessa forma comparações entre as duas soluções.

O efeito da espessura da borda de base reta é estudado computacionalmente apontando assim qual influência desta no escoamento, na troca de calor e nos parâmetros adimensionais característicos desse tipo de escoamento. A influência da altura da placa vertical aquecida é avaliada numericamente e experimentalmente.

Os resultados mostram que o coeficiente de troca de calor por convecção natural é influenciado por vários fatores sendo o mais importante a proximidade com uma parede adiabática vertical posterior à face aquecida e sendo potencializada pela presença das duas placas planas adiabáticas. As condições de contorno influenciam no campo de velocidade e, portanto, no coeficiente de troca de calor.

Palavras chave: Placa vertical isotérmica, convecção natural, experimentação, superfícies vizinhas, simulação.

Abstract

“Natural convection on a vertical plate: The influence of Neighboring surfaces on the heat transfer coefficient.”

This is about an numerical and experimental study of laminar natural convection of an isothermal vertical plain plate in way to air evaluating the influence of neighboring surfaces. The objective to guess the coefficient of exchange of heat for convection in function of the approach of surfaces (lateral and inferior), and as this approach can be described in terms of dimensionless parameters, such as Ra_L and Nu_L . The warm plate for a thermal resistance remaining its constant superficial temperature.

In the experimental group of benches the technology of *transducers of flow of heat at tangential gradient* for the reading of the flow of heat, being gotten the coefficient of transference of heat for convection was used, h_{exp} . For the numerical solution a commercial code in CFD was used, ANSYS-CFX, for the simulation of the considered case, effecting of this form comparisons between the two solutions.

The effect of the thickness of the base edge straight line is studied computational thus pointing which influence of this in the draining, the exchange of heat and characteristic the dimensionless parameters of this type of draining. The influence of the height of the warm vertical plate is evaluated numericamente and experimentally.

The results show that the coefficient of exchange of heat for natural convection is influenced by some factors having been the most important proximity with a adiabatic wall vertical line subsequent to the warm face and being powerfull for the presence of the two adiabatics plain plates. The contour conditions influence in the field of speed and, therefore, in the coefficient of heat exchange.

Keywords: Isothermal vertical plate, natural convection, neighboring surfaces, experimentation, simulation.

1. INTRODUÇÃO

"...Quando lemos, outra pessoa pensa por nós:

só repetimos seu processo mental ...

Durante a leitura nossa cabeça é apenas

o campo de batalha de pensamentos alheios ...".

Arthur Schopenhauer ¹

1.1 Generalidades

A convecção natural está presente em todos os processos de troca de calor, seja na indústria ou no ambiente doméstico, no crescimento de cristais, na ventilação de ambientes fechados, nos coletores de energia solar, no isolamento de reatores nucleares, no isolamento de cabines de aeronaves, no resfriamento de recipientes de lixo radioativo e em muitos outros. Seja em cavidades regulares ou irregulares, conjugada ou não com convecção forçada, demonstra que a indústria e a academia estão, ambas, muito interessados na descrição e detalhamento do fenômeno.

Desde Schmidt e Beckmann em 1930 *apud*. Ostrach [1952], Squire em 1930 *apud*. Lienhard e Lienhard [2006], Eckert em 1930 *apud*. Lienhard e Lienhard [2006], Elenbaas [1942] e Eckert e Soehngen em 1948 *apud*. Ostrach [1952], é grande o interesse no estudo de convecção natural em ambientes fechados. As técnicas de estudo são das mais variadas possíveis, seja com métodos numéricos ou experimentais. As correlações entre o coeficiente de troca térmica por convecção " h " e parâmetros construtivos e operacionais tais como altura, meio circundante e diferença de temperatura, estão disponíveis em vários manuais de engenharia como Rosehow, Hartnett e Cho [1998], Bejan [1995], e outros.

Uma simplificação para esse fenômeno, considerando uma placa livre vertical isotérmica é também muito freqüente. Sendo usada em aplicações de engenharia, contudo, faz-se necessária

¹citado em Rubem Alves, *Entre a Ciência e a Sapiência: O Dilema da Educação*, São Paulo, Edições Loyola 1999

uma boa coleção de correlações matemáticas confiáveis e prontas para fornecer dados relevantes para projetos, como o coeficiente de transferência de calor \bar{h}_L .

Uma placa plana vertical finita estando a uma temperatura conhecida e diferente do meio que a envolve e sendo este um meio infinito de ar quiescente sujeito a uma força de corpo é uma configuração padrão de *Convecção Natural Externa*. O meio é dito infinito porque de nenhuma fronteira conhecida pode-se verificar a influência no escoamento, assim como do ponto de vista das fronteiras também não é possível verificar a influência, nelas, da placa.

Um dos grandes desafios da engenharia é o incremento da transferência de calor, possibilitando a construção de equipamentos mais compactos e com menor custo.

O estudo da influência das fronteiras na transferência de calor por convecção natural tem sua importância. Estudos preliminares, Güths [1998], Marcondes [1988], Mahajan e Gebhart [1979] entre outros, mostraram que em certas configurações as fronteiras posteriores e inferiores de uma placa plana vertical isotérmica podem incrementar a transferência de calor de uma maneira considerável. Da mesma forma, protuberâncias na superfície tais como aletas, reentrâncias e rasgos modificam significativamente o escoamento e por fim o fluxo de calor, podendo ser usadas para aumentar a troca.

Esse trabalho vem aprofundar o estudo desse fenômeno em particular, buscando comparar as diferentes variáveis envolvidas em função da proximidade de uma placa plana vertical isotérmica em relação às superfícies adiabáticas planas inferior e posterior.

1.2 Objetivos

Tem-se como objetivo geral avaliar a influência das fronteiras fixas impermeáveis, posterior e inferior, na transferência de calor por convecção natural em uma placa plana vertical e isotérmica, possibilitando que melhores convectores sejam projetados, utilizando os efeitos da troca de calor para o ar.

Tem-se como objetivos específicos avaliar o desempenho de transdutores de fluxo de calor a gradiente tangencial no estudo de transferência de calor por convecção natural e o emprego de um software comercial ANSYS-CFX no estudo de convecção natural.

1.3 Metodologia

A transferência de calor por convecção natural em uma placa plana vertical isotérmica é avaliada tanto experimentalmente quanto numericamente. Os resultados obtidos pelos dois métodos serão inicialmente comparados com a solução analítica apresentada por Ostrach [1952] para uma placa vertical isotérmica sem a influência da vizinhança.

A bancada experimental utiliza transdutores de fluxo de calor a gradiente tangencial construídos no LMPT (Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas dos Materiais) da Universidade Federal de Santa Catarina, dispostos sobre uma placa metálica isotérmica aquecida a aproximadamente 20 K acima da temperatura do ar. A placa é aproximada das paredes posterior e inferior, sendo avaliadas as modificações da transferência de calor na mesma. Um sistema de aquisição é utilizado para a leitura do sinal produzido pelos transdutores e armazenados em arquivo.

O mesmo procedimento é modelado e simulado computacionalmente utilizando-se um software comercial sendo avaliada a concordância dos resultados. Vários casos são simulados de forma a obter uma correlação entre a modificação da transferência de calor e o posicionamento da placa em relação às paredes posterior e inferior.

1.4 Organização da Dissertação

No capítulo 2 é feita a revisão bibliográfica, onde os trabalhos importantes estão relacionados e brevemente resumidos, com atenção especial ao trabalho de Simon Ostrach de 1952, e de Yogesh Jaluria de 1985. As equações que descrevem o fenômeno também são apresentadas e alguns parâmetros adimensionais descritos, assim como o coeficiente de troca “ h ”.

No capítulo 3 a parte experimental é formulada e explicada. Os métodos de medição de fluxo de calor, os transdutores de fluxo de calor e o aparato experimental são abordados. A importância da transferência radiativa é detalhada neste capítulo. Enfim, os resultados referentes a parte experimental são apresentados.

O capítulo 4 mostrará a formulação computacional, qual método escolhido para a solução, os parâmetros selecionados para a modelagem do problema, o tamanho do domínio e detalhes de simulação. Por fim alguns resultados de simulação são apresentados e discutidos. No penúltimo capítulo, uma avaliação dos resultados é exposta e por fim, são apresentadas, no capítulo 6, as conclusões do presente trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A palavra *convecto are*, do latim, significa carregar ou levar consigo. É uma maneira de transportar calor ou massa. O fluido que envolve uma superfície pode se movimentar arrastando energia térmica com sua massa. Este fenômeno é muito comum na natureza e em equipamentos industriais e de uso cotidiano. Até mesmo para conforto térmico, quando em dia de muito calor, o homem sempre procura uma brisa para se refrescar.

Chama-se convecção forçada quando o fluido é movimentado por ação de uma força externa. Essa força externa pode ser, por exemplo, um ventilador ou bomba hidráulica. Quando o movimento do fluido é ocasionado somente por uma diferença local na densidade do fluido, denomina-se convecção natural ou livre.

2.1 Convecção Natural

Um fluido quando aquecido tende a aumentar de volume. A Fig. 1 ilustra o chamado “motor da convecção livre” e mostra um fluido que quando aquecido tende a aumentar de volume, fazendo uma parcela desse fluido se deslocar ascendentemente. Outra parcela, mais fria, ocupará seu lugar dando origem ao movimento.

Pela equação de estado dos gases perfeitos, considerando que a pressão se mantém constante, o volume específico deve aumentar para compensar o aumento da temperatura. Por ocorrência da força de empuxo este volume é forçado a mover-se e desloca-se contra a força de corpo. Uma outra massa de ar, mais fria, tenderá a ocupar o lugar vago. A camada ou parcela de fluido mais fria vai se aquecer e começar novamente o movimento. Esse é o ciclo térmico da convecção livre, onde a troca de calor se dá no sentido da placa para o escoamento e deste para o reservatório, como mostra a Fig. 1.

Seguindo a convenção de sinais para os eixos da Fig. 2, a indicação de uma densidade maior do fluido no infinito do que localmente, $\rho_{\infty} > \rho$, resulta em uma força F_{empuxo} com sinal positivo e por isso empurrará a porção de fluido para cima.

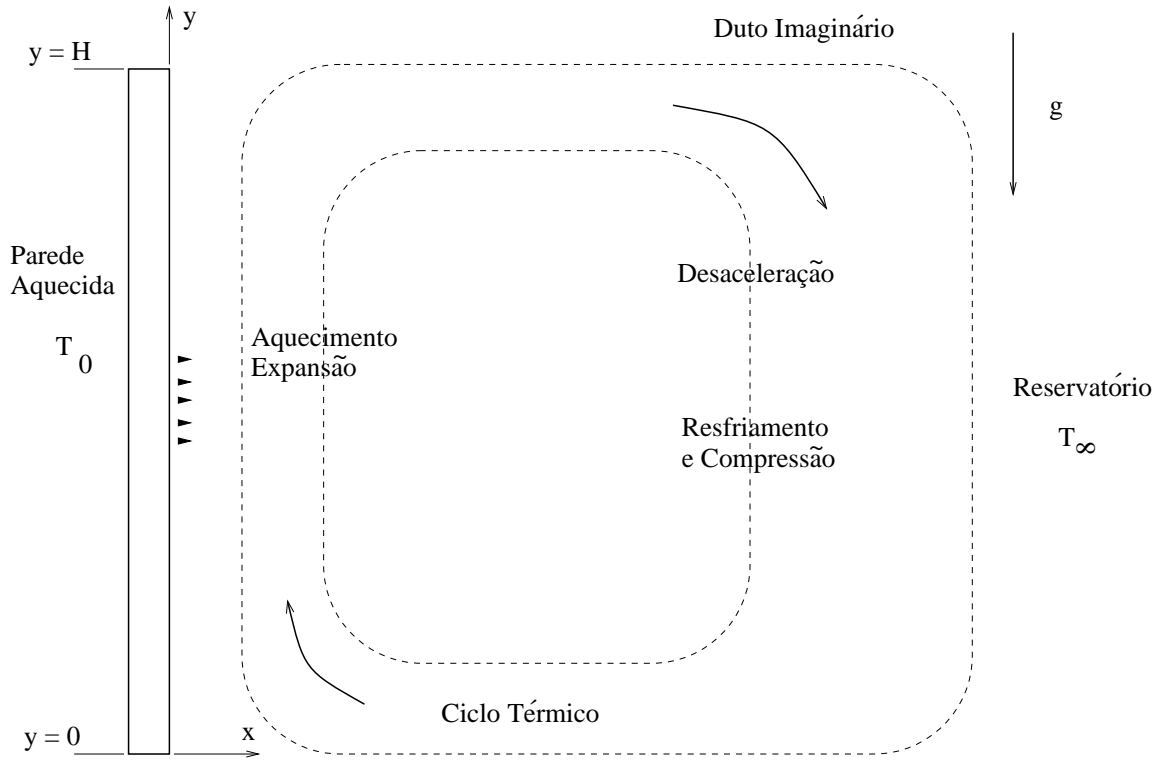


Figura 1: Convecção natural externa

$$F_{empuxo} = g \cdot (\rho_\infty - \rho) \quad (2.1)$$

Um esquema geral do tratamento teórico para o presente trabalho está na Fig. 2 indicando duas camadas limites, uma térmica e outra hidrodinâmica, bem como os fluxos de quantidade de movimento e energia se dissipando. Essa dissipação provoca perturbações nas camadas adjacentes, formando assim as camadas limites térmica e hidrodinâmica.

Em 1930, Schmidt e Beckmann [1930] *apud*. Ostrach [1952] realizaram experimentos e desenvolveram teorias a respeito da convecção natural, chegando a uma correlação bem definida para o coeficiente de troca que está apresentada na Tab. 1.

Anos depois (1948), Eckert *apud*. Ostrach [1952], estendeu os experimentos de Schmidt e Beckmann considerando duas placas planas verticais, sendo que uma delas contém a face aquecida frente a outra que é não aquecida.

A comunidade científica conheceu o trabalho de Elenbaas [1942] e este foi também um importante trabalho experimental em convecção natural. Sua obra dedicou-se à análise da convecção natural em placas planas paralelas verticais, aproximando-as. Como resultado, Elenbaas modificou a relação de Rayleigh para $Ra^* = Ra \frac{b}{L_c}$ que fornece duas assintotas bem definidas: no regime de camada limite, $Nu_{bl} = 0,6Ra^{*\frac{1}{4}}$, $Ra^* \rightarrow \infty$ e no regime de escoamento totalmente

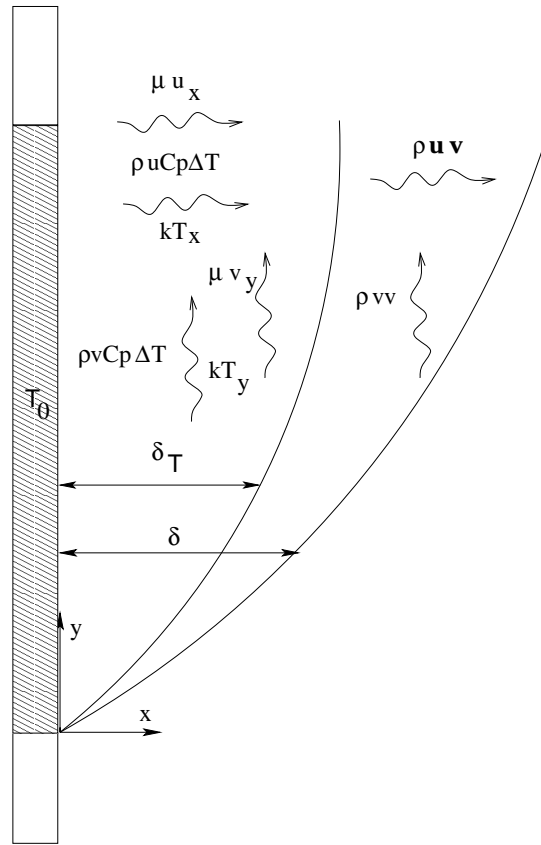


Figura 2: Placa em convecção natural: difusão e convecção.

desenvolvido $Nu_{fd} = \frac{Ra^*}{24}$, $Ra^* \rightarrow 0$. Com isso incentivou seus seguidores a estudar o problema com abordagem numérica, teórica e também com novas técnicas experimentais. Elenbaas mostrou que é possível um incremento do coeficiente de troca somente pela aproximação entre duas placas planas verticais. Ele realizou a experimentação de aproximação entre duas placas planas paralelas dispostas em convecção natural em configuração esboçada na Fig. 3.

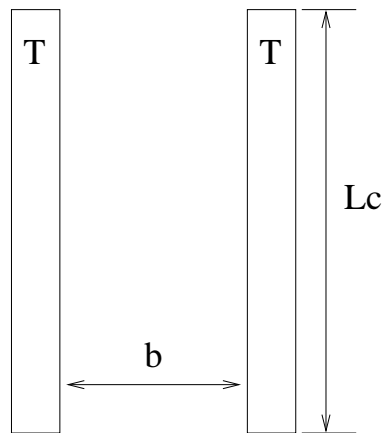


Figura 3: Modelagem adotada por Elenbaas [1942].

2.1.1 O Trabalho de Simon Ostrach de 1952

Ostrach [1952] resolveu o problema semi-analiticamente, utilizando uma solução por similaridade onde escreveu os perfis de temperatura e velocidade para uma placa vertical isotérmica exposta a um meio quiescente. Neste modelo, Ostrach agrupou as variáveis de forma a obter uma solução por similaridade. Assim, similarmente, as variáveis u , v são correlatas com F' , da mesma forma T com H e finalmente x , y com η . Onde u e v correspondem às velocidades nos eixos horizontal x e vertical y , respectivamente, e T é a temperatura. A Fig. 4 mostra o comportamento das variáveis de similaridade.

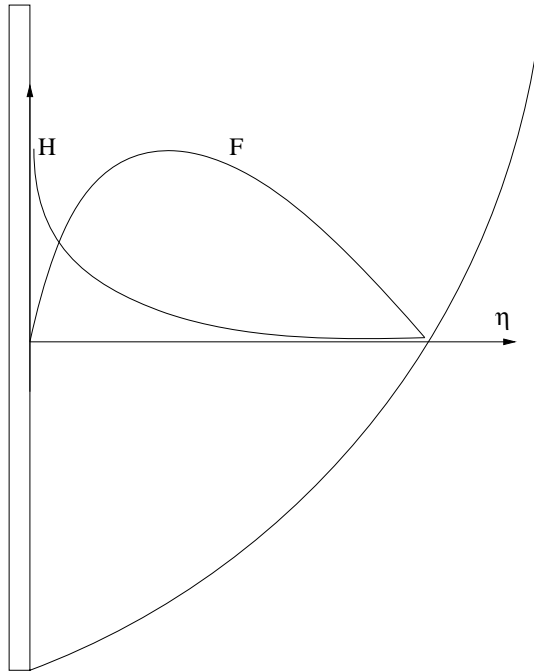


Figura 4: Modelagem adotada por Ostrach [1952].

Ostrach [1952] começa sua análise com as equações descritivas na forma diferencial do escoamento laminar viscoso em regime estacionário, compressível, com transferência de calor e sujeito à uma força de corpo. O modelo bidimensional em coordenadas cartesianas passa por simplificações e considerações, detalhadas no seu artigo, chegando-se ao grupo de Eq. 2.2 e 2.3:

$$\begin{aligned} F''' + 3FF'' - 2F'^2 + H &= 0, \\ H'' + 2PrFH' &= 0, \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde,

$$\begin{aligned}
F' &= \frac{\frac{U_x}{v_\infty}}{2\sqrt{Gr_x}}, \\
H &= \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}, \\
\eta &= \frac{y}{x} \left(\frac{Gr_x}{4} \right)^{\frac{1}{4}},
\end{aligned} \tag{2.3}$$

sendo que $Gr_x = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x^3}{\nu^2}$ é o número de Grashof e $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$, é o número de Prandtl. T_0 é a temperatura em que está submetida a placa plana aquecida.

O problema passa a ser unidimensional com $F(\eta)$ e $H(\eta)$ dependentes somente de η . A análise recebe o nome de *Análise por Similaridade* sendo o campo F' responsável pela hidrodinâmica, ou velocidades, e o campo H pela energia, ou temperaturas. As condições de contorno são:

$$\begin{aligned}
F(0) &= F'(0) = 0, & H(0) &= 1, \\
F'(\infty) &= H(\infty) = 0.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Uma aproximação da solução pode ser escrita pela Eq. 2.5.

$$\begin{aligned}
F'(\eta) &= 0,0018\eta^5 - 0,0309\eta^4 + 0,2037\eta^3 - 0,6114\eta^2 + 0,713\eta - 0,0018 \\
\Theta(\eta) &= -0,0087\eta^3 + 0,1294\eta^2 - 0,6311\eta + 1,0202 \\
&\text{sendo que,} \\
v(x,y) &= \frac{2\nu}{y} Gr^{\frac{1}{2}} F'(\eta) \\
u(x,y) &= -\frac{\nu Gr^{\frac{1}{4}}}{y\sqrt{2}} \left(3F(\eta) - \eta F'(\eta) \right) \\
T(x,y) &= \Theta(\eta) (T_{sup} - T_\infty) + T_\infty.
\end{aligned} \tag{2.5}$$

O algoritmo de solução foi implementado por Lynn U. Albers *apud* Ostrach [1952] sendo resolvido para vários número de Prandtl. Da solução pode-se conhecer o valor do número de Nusselt médio $Nu_{av} = \frac{\bar{h}L}{k}$ que relaciona o fluxo de calor na superfície do sólido com a convecção no fluido, representado pela Eq. 2.6.

$$Nu_{av} = 0,548 [PrGr]^{\frac{1}{4}}. \tag{2.6}$$

O valor 0,548 é encontrado quando se resolve a Eq. 2.3 com $Pr = 0,72$, valor característico para o ar. Para óleo seria 0,555 e para o mercúrio aproximadamente 0,33. Como relata Ostrach [1952], para chegar-se ao Nu local é preciso tomar $\frac{3}{4}$ do Nu_{av} chegando-se a:

$$Nu_x = 0,411 [Pr Gr_x]^{\frac{1}{4}}$$

ou

$$\frac{Nu_x}{\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{\frac{1}{4}}} = 0,581 (Pr)^{\frac{1}{4}}. \quad (2.7)$$

2.1.2 O Trabalho de Yogesh Jaluria de 1985

Jaluria [1985] modela computacionalmente a interação entre duas placas encastradas aquecidas, com fluxo de calor constante, distanciando-se progressivamente as placas entre si conforme esquema na Fig. 5.

Jaluria considerou, primeiramente, uma placa simples, isolada e com tamanho finito, fixada à uma placa maior adiabática sem protuberâncias. Ele fez a comparação com a solução por similaridade e conseguiu bons resultados para os perfis de temperatura e velocidade. Posteriormente, Jaluria acrescenta ao problema mais uma placa aquecida à mesma temperatura daquela original. Desta vez, há interação entre as duas plumas sendo que a interação modifica o valor das variáveis: temperatura e velocidade, alterando dessa forma a troca de calor. Jaluria infere que a superfície horizontal inferior, mostrada na Fig. 5, não altera significativamente o coeficiente de troca térmica. A superfície horizontal inferior na realidade é gerada, no código numérico, como uma condição de contorno de parede sem escorregamento com o ar e adiabática.

2.1.3 Outros Trabalhos

Bodoia e Osterle [1962] resolveram computacionalmente o mesmo problema que Ostrach [1952] se propôs a estudar. Desenvolveram, para tanto, um código computacional que apresentou uma boa concordância com os resultados de Ostrach.

Um tratamento numérico foi dado por Milioli [1985] em se tratando de cavidades arbitrárias. Neste trabalho, Milioli solucionou numericamente as equações de *Navier e Stokes* num plano de coordenadas transformadas, descrevendo a geração desse sistema de coordenadas natural, não-ortogonal, curvilíneo e generalizado, servindo para as cavidades fechadas sem uma forma regular. Os resultados são adequados para os casos, servindo de termo comparativo para soluções posteriores de mesma geometria. Em seu modelo utilizou a aproximação de Bous-

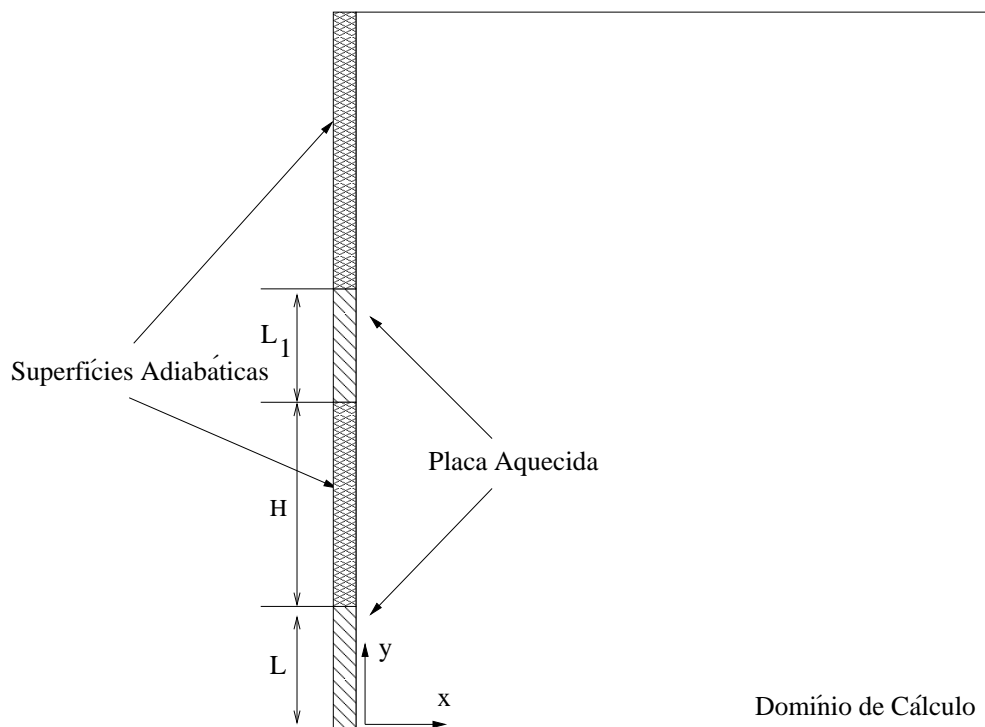


Figura 5: Modelagem adotada por Jaluria [1985].

sinesq e utilizou o método PRIME para solução do acoplamento *pressão - velocidade*. Aproximação Boussinesq é uma simplificação das equações que governa escoamento baseada na suposição de que a variação da densidade não é importante para a dinâmica exceto quando a densidade está associada com a gravidade.

Marcondes [1988] modelou e simulou o caso particular de uma chaminé em forma de “L”. Este canal é formado quando se aproxima a parte do condensador de um refrigerador a uma parede posterior. Esta modelagem é apresentada pela Fig. 6. Com esta configuração Marcondes estabelece uma comparação para vários valores de espaçamento do canal “ s ” bem como a altura da parede aquecida “ H ”.

Güths [1998] procurou descrever o que acontece com uma placa plana vertical isotérmica quando próxima a uma parede posterior, levantando perfis de velocidade e temperatura assim como o coeficiente de troca de calor por convecção h , utilizando técnicas CFD em computador (pacote computacional Fluent). Neste trabalho, Güths [1998] verificou que há um acréscimo do coeficiente de troca para certas distâncias entre a placa e uma parede posterior e/ou parede inferior, para em seguida o coeficiente sofrer um decréscimo devido a uma restrição no escoamento por entre a placa aquecida e parede posterior. Em seu trabalho teve maior peso a análise das incertezas envolvidas na instrumentação e não foram apresentadas correlações utilizando parâmetros adimensionais e também não houve uma maior resolução na captura dos dados: fluxo e temperatura.

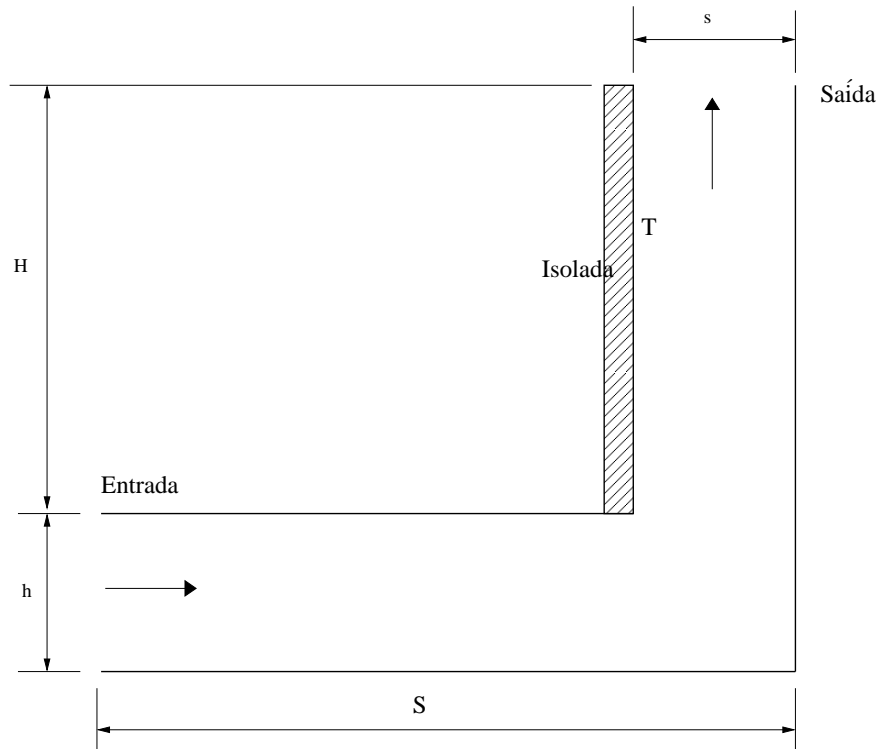


Figura 6: Formação de uma canal genérico.

Zamora e Hernández [2001] investigaram qual o espaçamento entre duas placas planas verticais dispostas lateralmente que proporcionam a melhor troca de calor. Assim como Elenbaas [1942] utilizaram uma função para o número de Rayleigh modificado $Ra^* = Ra \frac{b}{L_c}$, sendo b o espaçamento entre elas e L_c o comprimento da placa. Da mesma forma, Rosehnow, Hartnett e Cho [1998] utilizam para cavidades abertas com várias superfícies próximas e para canais refrigerantes uma função para o número de Rayleigh modificado $Ra^* = Ra \frac{b}{L_c}$. Algumas correlações para o número de Nusselt médio são testadas por Zamora e Hernández [2001] e entre elas encontra-se a correlação estabelecida por Martin *et al.* *apud* Zamora e Hernández [2001]. Chegaram a conclusão de que quanto maior o número de Ra_y que se quer operar, menor deve ser a relação entre espaçamento $b_{optimum}$ e L_c até um limite. Depois, a troca de calor é prejudicada. A configuração estudada por Zamora e Hernández [2001] é semelhante a mostrada na Fig. 8.

Em um estudo numérico Desrayaud e Fichera [2002] descreveram o fenômeno de convecção natural em um canal vertical com dois frisos transversais ao escoamento, formando uma restrição e conseguiram correlacionar qual a posição dos frisos para se ter o melhor desempenho na troca de calor. A altura dos frisos fica fortemente dependente do número de Rayleigh (Ra^*). Em seus resultados foi demonstrado como varia o número de Nusselt (Nu) em função do número de Rayleigh modificado (Ra^*) para os casos de frisos adiabáticos e isotérmicos e esses últimos tiveram um melhor desempenho.

Com uma configuração semelhante à Desrayaud e Fichera [2002], Tanda [1997] investigou a troca de calor de uma placa metálica com vários frisos quadrados transversais ao escoamento. Em adição aos experimentos, uma placa superfícies suaves foi analisada e posta a trocar calor por convecção natural, sendo realizada a comparação dos resultados. Nos experimentos, Tanda verifica que a presença desses frisos altera consideravelmente a troca de calor por formar regiões de recirculação que são consideradas inativas na troca térmica. Verificou também que conforme a placa é aproximada de uma superfície vizinha (superfície vertical lateral), o coeficiente tem os maiores valores no começo da placa (para valores de x pequenos), decrescendo para os menores valores quando em alturas mais elevadas. Tanda concluiu que essas protusões regulares e quadradas na placa anteriormente lisa, prejudicam a troca de calor por gerar regiões inativas e recirculantes na troca térmica.

Laguerre e Flick [2004] analisaram experimentalmente e numericamente a convecção natural em refrigeradores domésticos não ventilados e propuseram um modelo para quantificar a troca de calor por convecção, condução e radiação nestes aparelhos, considerando paredes verticais e superfícies próximas. Sem novas correlações, usaram as existentes para sua modelagem.

Uma investigação numérica em canais convergentes fez parte do trabalho de Kaiser, Zamora e Viedma [2004] que com uma aproximação bidimensional resolveram, com a ajuda de códigos computacionais comerciais (*FLUENT* e *PHOENICS*), as equações elípticas que descrevem o fenômeno conseguindo obter um relacionamento entre o número de Nusselt (Nu) e parâmetros geométricos do canal. A Fig. 7 dá uma idéia do caso estudado por Kaiser *et al.*, onde propuseram correlações para o número de Nusselt, conforme Eq. 2.8.

$$Nu = [Nu_{fd}^n + Nu_{bl}^n]^{\frac{1}{n}}. \quad (2.8)$$

O número de Nusset, Nu , assim sugerido por Churchill e Usagi [1972], é uma soma de parcelas referentes ao regime desenvolvido (Nu_{fd}) e regime de camada limite (Nu_{bl}). O valor de n é ajustado conforme os dados experimentais.

Kaiser, Zamora e Viedma [2004] confirmam novas correlações para o número de Nusselt médio para canais convergentes isotérmicos e adiabáticos envolvendo parâmetros de operação e construtivos.

Dias e Milanez [2004] estudaram o escoamento sobre uma placa plana vertical aquecida por um fluxo de calor constante. Uma análise bi e tridimensional foi realizada e ambas comparadas com a literatura. Neste trabalho eles adotaram um escoamento laminar e incompressível e as propriedades do fluido constantes. Resolveram o problema numericamente e verificaram a exis-

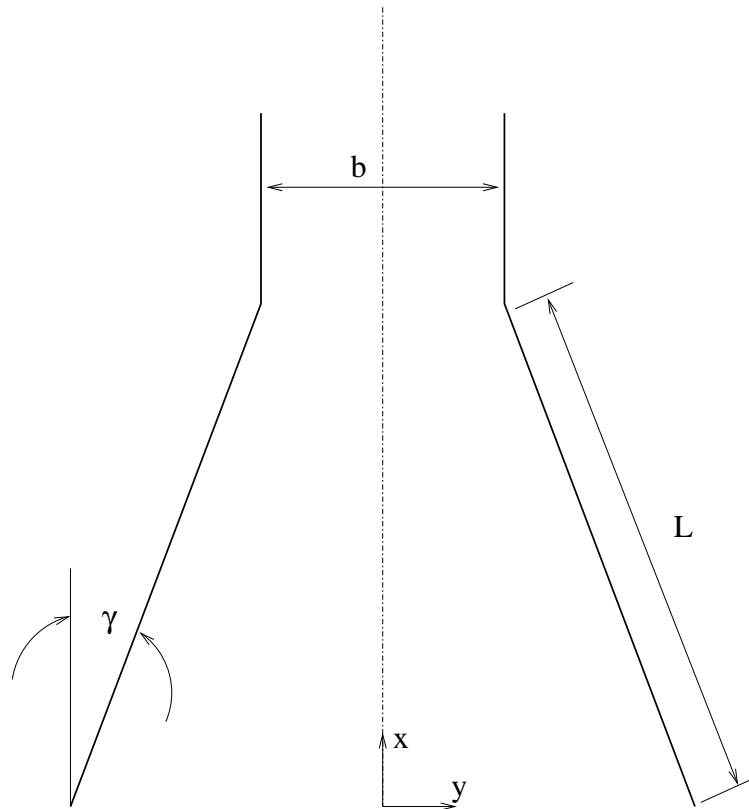


Figura 7: Modelagem adotada por Kaiser, Zamora e Viedma [2004].

tência de uma transição da pluma bi e tridimensional, mostrando a complexidade do fenômeno onde os efeitos das duas dimensões não podem ser estudados separadamente. No entanto, a simplificação de escoamento bidimensional é largamente utilizada sem perdas no conteúdo dos resultados.

Zamora e Hernández [1997] analisaram a influência das propriedades do fluido na convecção natural em um canal, mostrada na Fig. 8, levando em conta a variação da viscosidade e condutividade térmica com a temperatura e resolveram numericamente alguns casos em que os efeitos dessa variação são importantes. Conseguiram importantes resultados para a vazão em massa no canal. O algoritmo de solução estava implementado em um pacote computacional chamado PHOENICS, utilizando uma malha relativamente grosseira. Os autores afirmam que essa discretização era adequada para resolver o problema apesar de não fornecerem parâmetros da malha, mas somente o número de volumes. Descobriram que as variações nas propriedades do fluido interferem na solução, mostrando resultados mais livres de recirculação, ou estas se formam em posições mais a jusante na direção do escoamento principal, quando comparado com os casos que utilizam o modelo de Boussinesq. Estudo semelhante foi realizado por Clausen [1983].

Em Hernández e Zamora [2005] também encontra-se um resultado semelhante ao artigo de

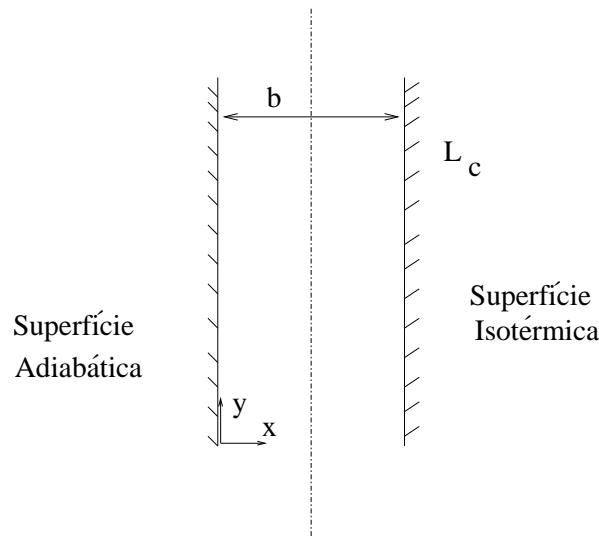


Figura 8: Modelagem adotada por Zamora e Hernández [1997].

Zamora e Hernández [1997], só que em canais verticais não uniformemente aquecidos. Neste trabalho, também resolvido com o auxílio do software PHOENICS, foi utilizado o método dos volumes finitos com interpolação de segunda ordem, que é usado também na grande maioria dos trabalhos aqui relatados. Resultados esperados foram semelhantes ao artigo de Zamora e Hernández [1997], e mostra que a troca de calor no canal pode ser aumentada se considerar a variação das propriedades termo-físicas do fluido de trabalho.

As condições de contorno para a simulação nos dois trabalhos acima, bem como no trabalho de Desrayaud e Fichera [2002], são aplicadas imediatamente à entrada e à saída e obedecem as características de um escoamento num canal regido por convecção natural. Isto é brevemente discutido em Desrayaud e Fichera [2002] e mais aprofundado em Maliska Maliska [1995]. A observação é que não se deve prescrever vazão e pressão juntamente, uma vez que a vazão se adequa ao gradiente de pressão do canal.

Uma introdução teórica em conjunto com as equações descritivas do fenômeno estudado, estão bem detalhadas em Bejan [1995] e será o ponto de partida de toda a análise matemática do problema em questão. Com um estilo romancado, Burmeister [1993] explica brevemente o efeito de um conjunto de placas paralelas finas e qual o melhor espaçamento entre elas, igualmente descrito em Bejan [1995]. No entanto os dois autores rapidamente discutem sobre o espaçamento horizontal ótimo e nada é falado sobre a influência da parede inferior ou o conjunto delas. No trabalho de Churchill e Chu [1975] encontram-se várias correlações para escoamento, tanto laminar quanto turbulento, de convecção natural em placa plana vertical. Eckert [1950] coloca de uma forma explicativa as Eq. 2.12 à 2.15, assim como Bejan [1995].

Maliska [1995] provê as equações e técnicas necessárias para o entendimento e aplicação

da modelagem numérica e o manual do software CFX [2003] serve de referência para o uso do software, bem como a solução dos problemas advindos do andamento das simulações.

Correlações para o Nusselt em uma placa plana vertical isotérmica existem em abundância na literatura especializada. As principais são encontradas em vários trabalhos e livros podendo ser vistas na Tab. 1.

Tabela 1: Correlações do número de Nu_y para o escoamento laminar sobre placa plana vertical isotérmica

Autor	Correlação Nu_y
Schmidt et Beckmann em 1930 <i>apud</i> Ostrach [1952]	$h_y = 4,2 \left(\frac{(T_{surf} - T_\infty)}{(yT_\infty)} \right)^{\frac{1}{4}}$
Eckert [1950]	$Nu_y = 0,536 \left(\frac{Gr_y}{4} \right)^{\frac{1}{4}}$
Ostrach [1952]	$Nu_y = 0,504 \left(\frac{Gr_y}{4} \right)^{\frac{1}{4}}$
Lefevre [1956]	$\overline{Nu_y} = 0.387 \left(Pr \frac{Gr_y}{4} \right)^{\frac{1}{4}}$
Giblin [1974]	$Nu_y = 0,52 (Ra_y)^{\frac{1}{4}}$
Taine e Petit [1989]	$\overline{Nu_y} = 0,39 (Ra_y)^{\frac{1}{4}}$

Outro trabalho interessante, também numérico, é de Liu e Tao [1996] em que mostram a interação entre duas placas verticais lisas próximas trocando calor em uma caixa fechada onde suas fronteiras participam do processo de troca. Compararam com correlações empíricas propostas por Churchill *apud* Liu e Tao [1996] e chegaram à conclusão que a troca de calor foi prejudicada por conta da existência das paredes da caixa. Suas placas foram mantidas a temperatura constante nas faces internas conforme Fig. 9.

Após buscas na literatura não foi encontrada configuração semelhante à desejada. Esta será detalhada no capítulo 3 e difere substancialmente na localização da zona de aquecimento se mostrando, a princípio, sem efeito algum na interação com paredes próximas mas, como será visto, um aumento no coeficiente de troca poderá ser obtido.

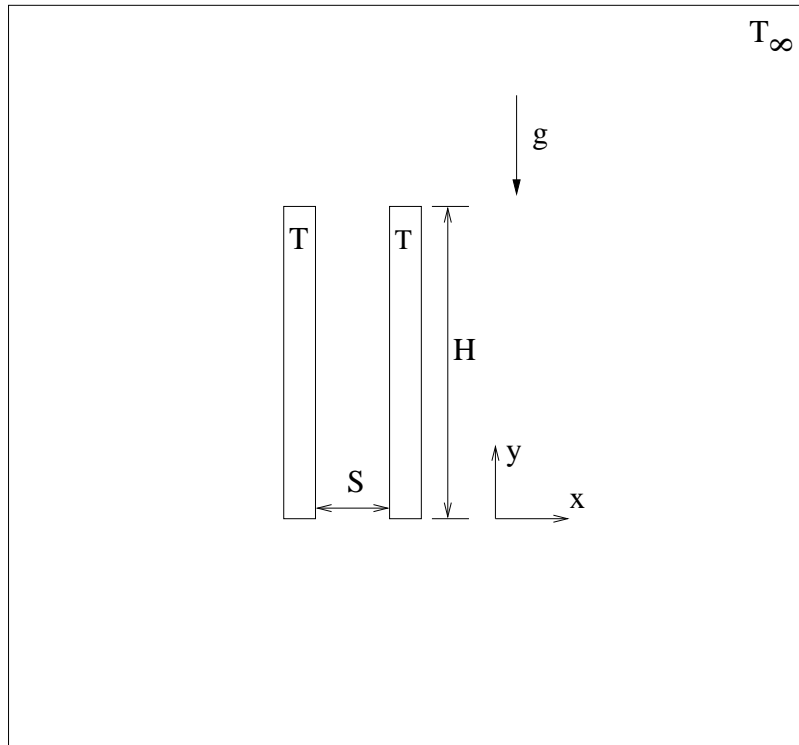


Figura 9: Problema resolvido numericamente por Liu e Tao [1996].

2.2 Equações Matemáticas

2.2.1 Equações Descritivas

Uma importante hipótese é chamada de *Hipótese do Contínuo* aonde pode-se afirmar que as Eq. de Navier-Stokes são válidas.

Na Fig. 10 percebe-se que a densidade imprevisivelmente varia na medida que se diminui o volume de análise, oscilando em função de flutuações moleculares.

O *princípio da conservação da massa* estabelece que para um volume de controle infinitesimal:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho(\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (2.9)$$

Para a *conservação da quantidade de movimento linear* o primeiro postulado de Cauchy, em Aris [1989], mostra que

$$\frac{d}{dt} \iiint_{V(t)} \rho(\mathbf{v}) dV = \iiint_{V(t)} \rho(\mathbf{f}) dV + \iint_{S(t)} \rho(t_n) dA \quad (2.10)$$

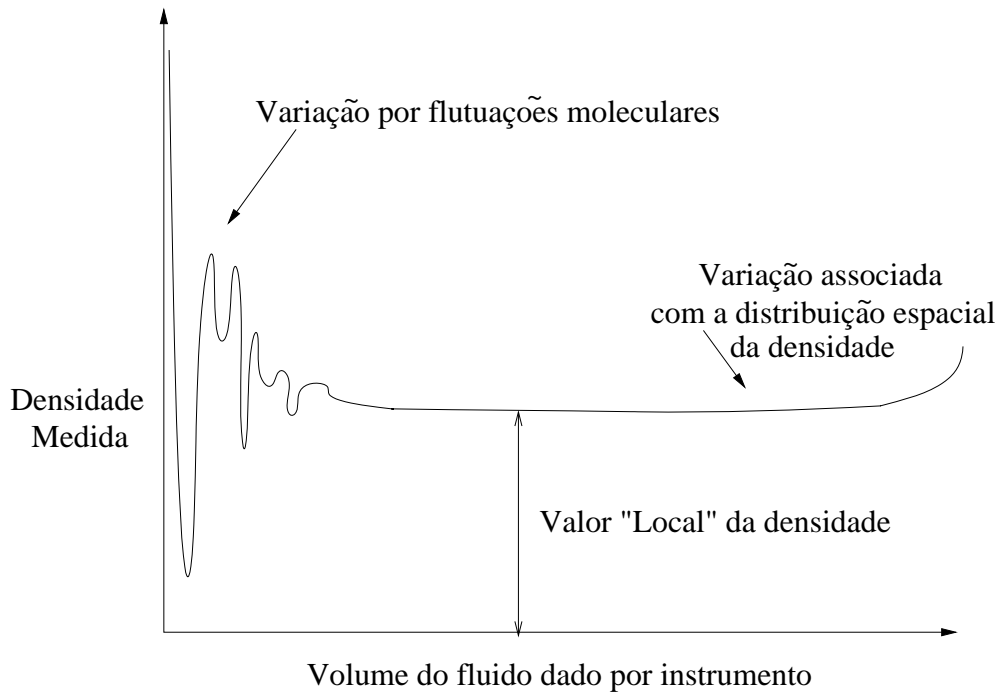


Figura 10: Ilustração da hipótese do contínuo.

ou, para um ponto infinitesimal no escoamento,

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \mathbf{f} + \vec{\nabla} \cdot \mathbf{T}. \quad (2.11)$$

As quantidades em negrito representam campos tensoriais de primeira ou segunda ordem, sendo \mathbf{v} o campo de velocidades, \mathbf{f} a força de corpo, que no caso é o próprio campo gravitacional, e \mathbf{T} o tensor tensão, que depende fortemente da taxa de deformação de que um fluido está sofrendo. Nos trabalhos de Aris [1989], Batchelor e S. [1994], Eckert e Drake [1987] entre outros contém abordagens mais completas a cerca do assunto.

No entanto, as equações para a modelagem podem ser simplificadas, considerando um fluido Newtoniano, incompressível e assumindo a hipótese de Boussinesq, obtendo-se para:

Conservação da Massa

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (2.12)$$

Conservação da Quantidade de Movimento

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (2.13)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_\infty) \quad e \quad (2.14)$$

Conservação da Energia

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (2.15)$$

É importante ressaltar que no modelo teórico de Ostrach [1952] a hipótese de Boussinesq foi utilizada o que resulta em adotar a densidade ρ e outras propriedades do fluido contantes. Por sua vez, a equação de conservação de quantidade de movimento na direção y assume o termo $g\beta(T - T_\infty)$ que representa a força de flutuação. No modelo teórico considera-se o escoamento como completamente resolvido já, na simulação, considera-se o regime transiente.

2.2.2 Importantes Grupos Adimensionais

Bejan [1995] apresenta uma análise dimensional ou análise de escalas, agrupando os termos de forma a representar o fenômeno físico. As Eq. 2.12 à 2.14 são adimensionalizadas com parâmetros conhecidos tais como altura da placa (H), diferença de temperatura (ΔT), força gravitacional (g), assim como as propriedades termofísicas: difusividade térmica (α), viscosidade dinâmica (ν), coeficiente de expansão (β) e outros não conhecidos mas que são dependentes desses citados acima: velocidades (u) e (v), espessura da camada limite térmica e hidrodinâmica, respectivamente (δ_T) e (δ).

As equações da energia e de quantidade de movimento serão adimensionalizada em x , $x \sim \delta_T$ e y , $y \sim H$. Seguindo com a análise da equação para a energia e considerando a Fig. 11,

$$\underbrace{u \frac{\Delta T}{\delta_T}}_{\sim \alpha \frac{\Delta T}{\delta_T^2}}, \underbrace{v \frac{\Delta T}{H}}_{\sim \alpha \frac{\Delta T}{\delta_T^2}} \sim \alpha \frac{\Delta T}{\delta_T^2} \quad (2.16)$$

O primeiro grupamento de termos é referente às escalas convectivas e o segundo refere-se à difusão do calor.

Da conservação da massa obtém-se a equivalência dimensional:

$$\frac{u}{\delta_T} \sim \frac{v}{H}. \quad (2.17)$$

Juntando-se esta com a Eq. 2.16 consegue-se extrair uma ordem de grandeza para a veloci-

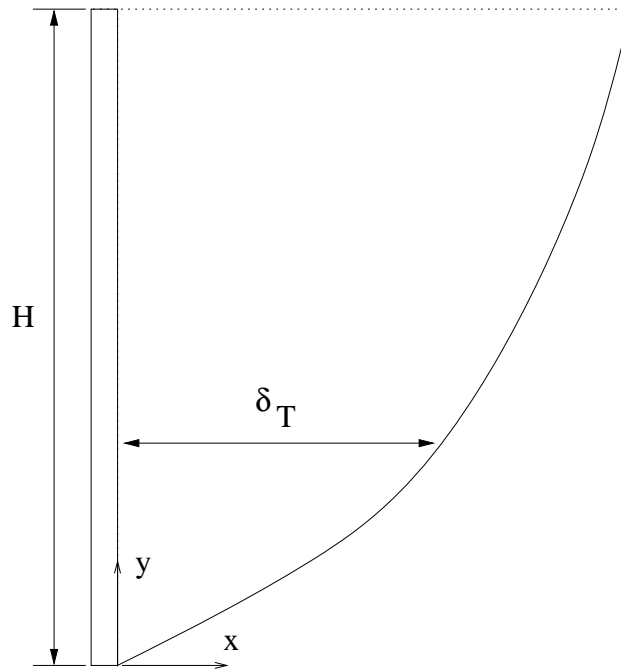


Figura 11: Região de análise de Ostrach [1952].

dade v :

$$v \sim \frac{\alpha H}{\delta_T^2}. \quad (2.18)$$

Usando agora a equação da conservação quantidade de movimento descrita para a coordenada y e selecionando as ordens de grandeza, obtém-se:

$$\underbrace{u \frac{v}{\delta_T}} + \underbrace{v \frac{v}{H}} + \underbrace{\frac{v v}{\delta_T^2}} \sim \underbrace{g \beta \Delta T}. \quad (2.19)$$

O primeiro grupamento, da Eq. 2.19, refere-se aos termos inerciais, que transportam um fluxo de quantidade de movimento, o segundo grupamento responsabiliza-se por difundir o movimento para outras camadas de fluido por atrito e o terceiro inclui uma força de corpo na tentativa de quantificar a energia térmica que é dispendida para movimentar a massa de fluido.

Segue-se a análise dividindo os termos da Eq. 2.19 por $(g \beta \Delta T)$ para que o termo de flutuação seja referência. Descobre-se dessa forma um importante grupo adimensional $Ra = \frac{g \beta \Delta T H^3}{\alpha \nu}$, número de Rayleigh, segundo a equação abaixo:

$$\underbrace{\left(\frac{H}{\delta_T}\right)^4 Ra_H^{-1} Pr^{-1}} + \underbrace{\left(\frac{H}{\delta_T}\right)^4 Ra_H^{-1}} \sim \underbrace{1}. \quad (2.20)$$

O outro grupo de parâmetros importante é chamado de número de Prandtl (Pr) e descreve uma relação entre a difusão de quantidade de movimento, quantificada por (ν), viscosidade, e a difusividade térmica, α , $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$. Esta propriedade dos fluidos é importante para classificar e explicar porque as camadas limites (térmica e hidrodinâmicas) são diferentes, quando são comparadas entre si, para fluidos com capacidades de difusão (térmica e hidrodinâmica) diferentes. A Fig. 12 mostra duas situações: $Pr \gg 1$ e $Pr \ll 1$. No primeiro caso, a difusão da quantidade de movimento é facilitada conseguindo-se maiores valores para a camada limite hidrodinâmica em relação à térmica. Já no segundo caso a difusão do calor é facilitada, conseguindo-se valores maiores da camada limite térmica em relação à hidrodinâmica.

Cabe ressaltar uma consideração sobre o número de Pr . Ele informará até quando as forças de flutuação efetivamente atuarão. Dessa forma para $Pr \ll 1$ somente haverá difusão de quantidade de movimento dentro da camada limite térmica, isto é, aonde há difusão térmica e o efeito de flutuação. Para $Pr \gg 1$ a difusão de quantidade de movimento (perturbação no campo de velocidades) persiste mesmo que a camada limite térmica termine, e com ela as forças de flutuação também. Outra ressalva é sobre a velocidade máxima v_{max} na direção y , velocidade de ascendência para o caso de placa mais aquecida que o ar, que nos dois casos irá existir somente no interior da região de perturbação térmica.

Para o ar, ($Pr \sim 0,71$), as camadas limites são levemente diferentes, sendo a camada limite térmica maior que a hidrodinâmica.

Para o caso de o número de Prandtl ser menor que a unidade ($Pr \ll 1$), tem-se as grandezas relacionadas:

$$\delta_T = H (Ra_H Pr)^{-\frac{1}{4}}, \quad (2.21)$$

$$\nu = \frac{\alpha}{H} (Ra_H Pr)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.22)$$

$$Nu = \frac{hH}{k} \sim (Ra_H Pr)^{\frac{1}{4}}. \quad (2.23)$$

Neste ponto Grand e Vernier [1978] *apud*. Bejan [1995], ainda sugerem uma outra escala chamada *Número de Boussinesq*, (Bo), que passa a ser um grupamento na forma $Bo = Ra_H Pr$.

Ostrach [1952] em trabalho original lança mão, em suas análises e gráficos, da escala composta pelo *Número de Grashof*, sendo conhecido por outra relação entre Ra e Pr , que passa a ser $Gr = \frac{Ra_H}{Pr}$.

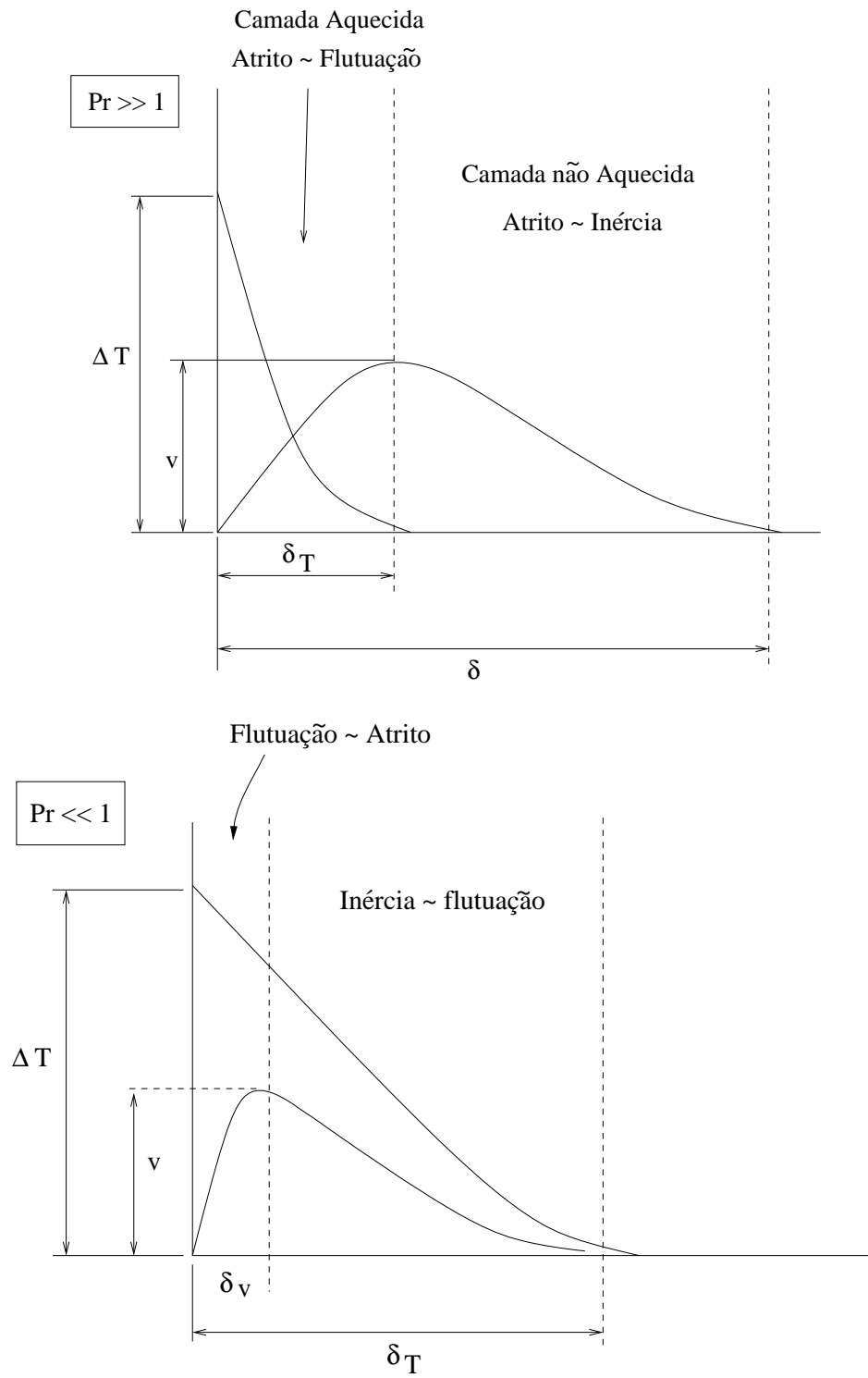


Figura 12: Efeito do número de Prandtl, Pr . Retirada de Bejan [1995].

Um detalhamento matemático do problema pode ser encontrado em Landau e Lifchitz [1971] *apud*. Milioli [1985], (Apêndice C - O Fenômeno da Convecção Natural).

A condição de equilíbrio é:

$$\nabla P = \rho g, \quad (2.24)$$

ou ainda,

$$\left(\frac{\partial v}{\partial s} \right)_P (s' - s) > 0. \quad (2.25)$$

A variável v , neste caso, é volume específico $\frac{1}{\rho}$, s é a propriedade entropia específica em uma altura e s' a entropia em uma altura maior.

Depois de algumas considerações chega-se em:

$$\frac{dT}{dy} > \left(\frac{-gT}{c_p v} \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P. \quad (2.26)$$

Segundo Landau e Lifchitz [1971], ocorrerá convecção natural se a temperatura T variar com y e essa variação for maior que a quantidade $\left(\frac{-gT}{c_p v} \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$. Esta quantidade leva em conta a força gravitacional o volume específico do meio e seu gradiente com a temperatura, bem como a temperatura e o seu calor específico, todos relacionados conforme Eq. 2.26.

2.2.3 O Coeficiente de Troca “h”

A *Lei de resfriamento de Newton* prevê que a troca de calor é função simplificada da diferença de temperaturas entre a placa e o ar, segundo a proporção:

$$\frac{dQ}{dA} \sim (T - T_\infty). \quad (2.27)$$

Uma constante de proporcionalidade é estimada segundo a Eq. 2.28.

$$\frac{\frac{dQ}{dA}}{(T - T_\infty)} = h. \quad (2.28)$$

Dessa forma, uma vez conhecidas as parcelas do lado esquerdo é estabelecida uma relação entre *calor e diferença de temperaturas* muito útil na indústria e academia. Esta relação é usada

quando se deseja estimar a troca de calor por convecção que uma superfície sofre por estar em contato com o ar a uma temperatura diferente. A variável de interesse, “ h ”, é conhecida como *coeficiente de troca de calor por convecção*.

2.3 Métodos de Medição de Fluxo de Calor

GONÇALVES JR. [2002], “... O transdutor é o módulo do Sistema de Medição que está em contato com o mensurando, gera um sinal (mecânico, pneumático, elétrico ou outro), proporcional ao mensurando segundo uma função bem definida, normalmente linear, baseada em um ou mais fenômenos físicos. Em termos gerais, um transdutor transforma um efeito físico em outro ...”.

A principal dificuldade na determinação do coeficiente de troca “ h ” está na medição do fluxo de calor estabelecido entre a superfície e o fluido. Basicamente existem três métodos de medição de fluxo de calor, descritos a seguir.

2.3.1 Método Calorimétrico

Nesse método é instalado um trocador de calor na superfície da placa. Circula no interior dos seus tubos um fluido com propriedades térmicas conhecidas. Conhecendo-se a vazão e a diferença de temperatura entre a entrada e a saída obtém-se o fluxo de calor. A Fig. 13 ilustra um transdutor do tipo calorimétrico.

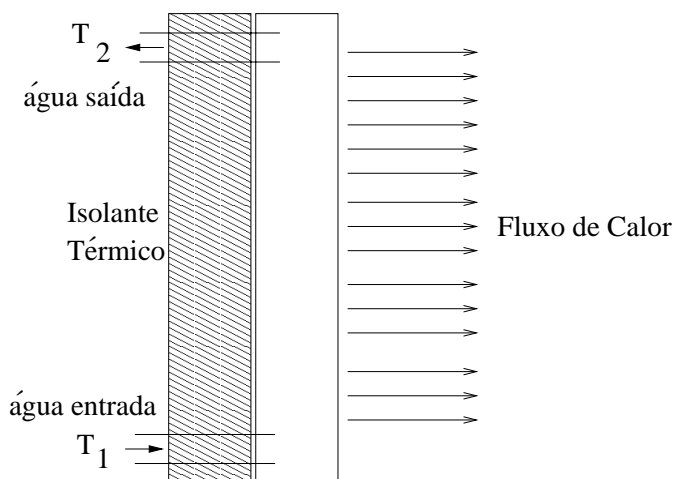


Figura 13: Perfil de um transdutor do tipo calorimétrico.

Assim, LA PICA, Rodon e Volpes [1993] expõem uma investigação experimental utilizando o método calorimétrico para medir o calor trocado por uma placa vertical em ar quiescente.

Trata-se de um sistema aparentemente simples, mas que apresenta limitações para medições em pequenas superfícies.

2.3.2 Campo de Temperatura

Alguns autores utilizam um método de medição do fluxo que se baseia no campo de temperatura. Ramesh e Venkateshan [2001] utilizam interferometria para mapear, com grande detalhamento, o campo de temperaturas. Um interferômetro do tipo Mach-Zhender foi utilizado para a experimentação de uma placa plana vertical dentro de uma caixa fechada, e conseguiram correlacionar o número de Nusselt médio (\overline{Nu}) com o número de Grashof (Gr). Segundo os autores, as incertezas do interferômetro no cálculo do número de Nusselt são da ordem de 3%. Com este sistema de medição é possível visualizar as linhas de corrente e as isotermas de temperatura. Trata-se, entretanto, de uma instrumentação relativamente complexa e restrita a configurações onde o equipamento possa ser instalado.

2.3.3 Método Fluximétrico

Trata-se do método mais simples para medição do coeficiente de troca onde um fluxímetro fixado sobre a superfície de medição mede o fluxo de calor trocado.

Existem vários tipos de transdutores de fluxo de calor, mas a quase totalidade utiliza como princípio básico a medição do gradiente de temperatura gerado em um material isolante quando sujeito a um fluxo de calor. A Fig. 14 mostra um esquema geral do funcionamento dos fluxímetros.

Para a medição desse gradiente de temperatura a ampla maioria dos fluxímetros vale-se do efeito termoelétrico Seebeck, descrito por Thomas J. Seebeck: “é possível converter uma diferença de temperatura em diferença de potencial”, provando o observado por Alessandro Volta em 1800 *apud*. Güths [1994]: “O contato entre dois metais diferentes gera eletricidade. O potencial de contato entre dois condutores, que dependem da natureza desses condutores, dependem assim da temperatura.” descrito pela Eq. 2.29:

$$V = (\alpha_2 - \alpha_1)(T_B - T_A). \quad (2.29)$$

Com

V = força eletromotriz (V);

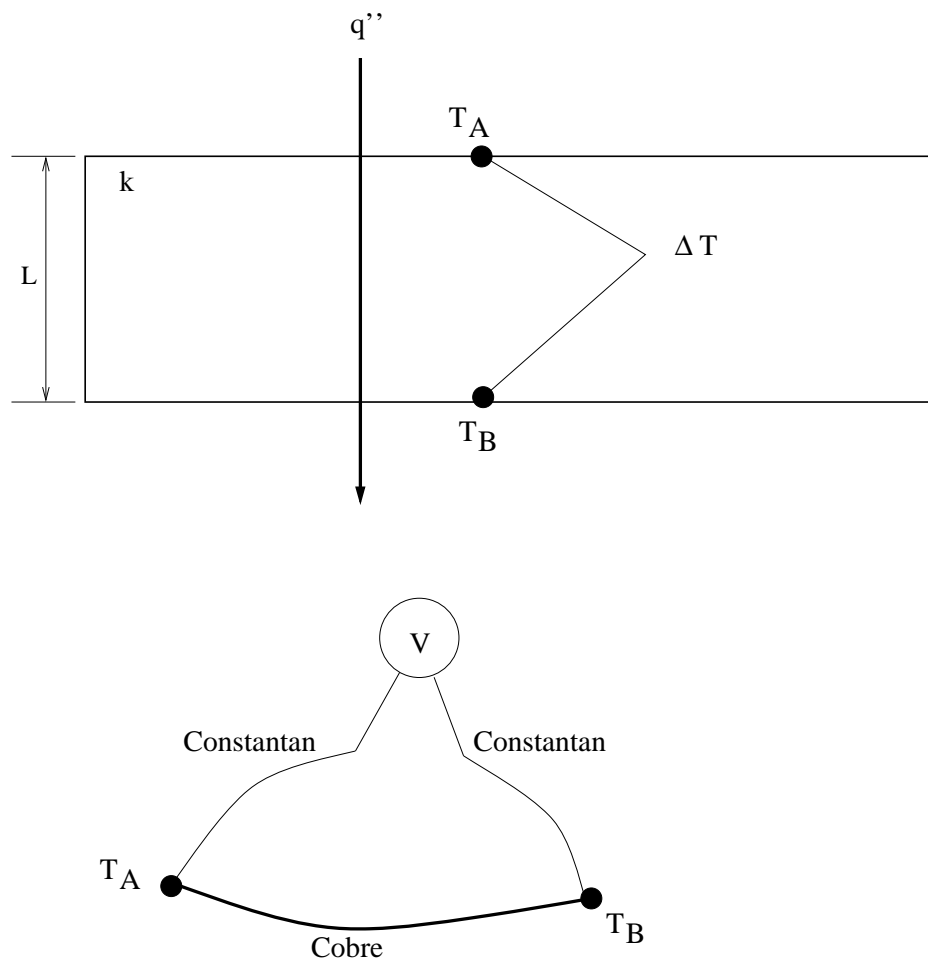


Figura 14: Modo geral de medição do fluxo de calor em uma placa.

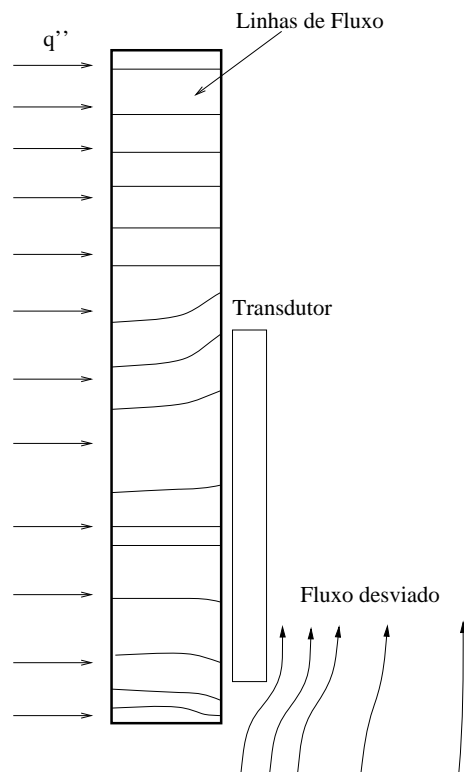


Figura 15: Perturbação das linhas de fluxo de calor devido à presença do transdutor.

α_1, α_2 = Poder termoelétrico dos materiais 1 e 2 ($\frac{V}{K}$);

T_A, T_B = Temperatura das junções A e B (K).

a) Termopilha soldada

A Fig. 15 ilustra a perturbação no escoamento e no fluxo de calor devido as dimensões e propriedades do transdutor.

Para amplificar a diferença de potencial pode-se associar os termo-elementos em série formando uma termopilha soldada, Fig. 16. A soldagem dos vários termopares é realizada e a estrutura física de sustentação é feita normalmente por uma parede auxiliar de resina. As razões mais fortes para o pouco uso desse tipo de fluxímetro são: soldagem dos termopares muito trabalhosa, grande espessura provocando uma leve, mas sensível perturbação do escoamento e grande resistência térmica, que provoca desvio das linhas de fluxo de calor.

b) Termopar depositado

Para minimizar o trabalho de soldagem, foi desenvolvido um tipo de transdutor onde a termopilha é formada pelo cobreamento parcial de uma espira de constantan. Nesta montagem um fio de Constantan é enrolado em uma placa auxiliar de resina e de maneira alternada o cobre é depositado sobre ele. Desta maneira constrói-se um certo número de termopares que gerarão

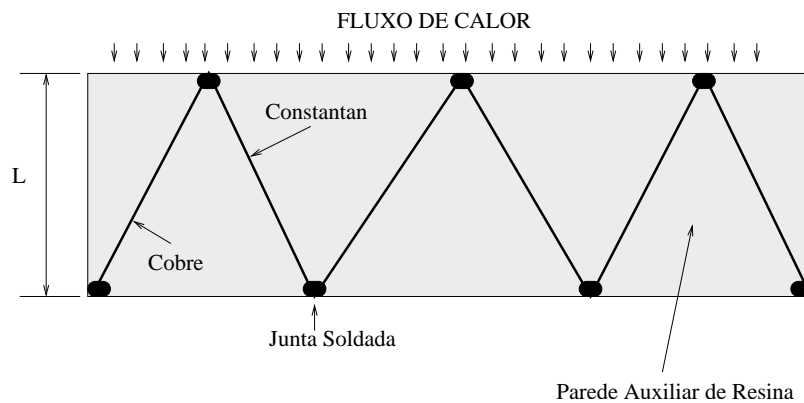


Figura 16: Perfil de um transdutor à termopilha soldada.

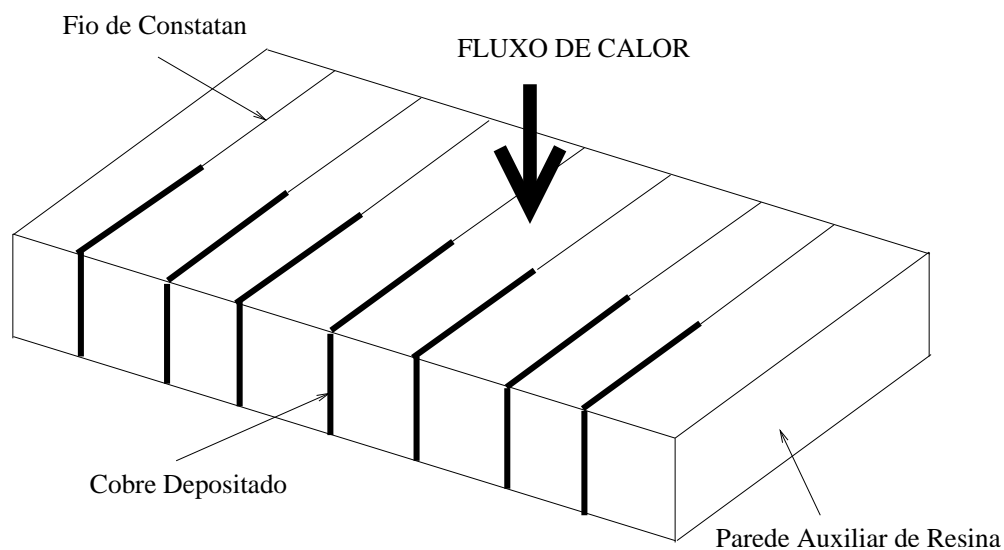


Figura 17: Vista de um transdutor à termopar depositado.

a diferença de potencial proporcional ao fluxo. A Fig. 17 ilustra este transdutor. A insuficiência no desempenho deste transdutor é devido sua grande espessura, fonte de erro de medição.

c) Furo metalizado

A busca por transdutores mais finos levou ao desenvolvimento de circuitos a furos metalizados. O substrato é perfurado mecanicamente e as células termoelétricas são formadas por deposição seletiva de constantan e cobre. Trata-se de um sensor para utilização em pequenas áreas de medição. O alto custo e a dificuldade de produção deixam o uso restrito e pouco numeroso. A Fig. 18 mostra um esquema deste transdutor.

d) A gradiente tangencial

Outro tipo de transdutor foi apresentado por Thery, Güths et al. [1995]. Uma montagem típica do fluxímetro do tipo “à gradiente tangencial” pode ser vista na Fig. 19. Nesta figura percebe-se que as linhas de fluxo de calor são modificadas para gerar um gradiente de tempera-

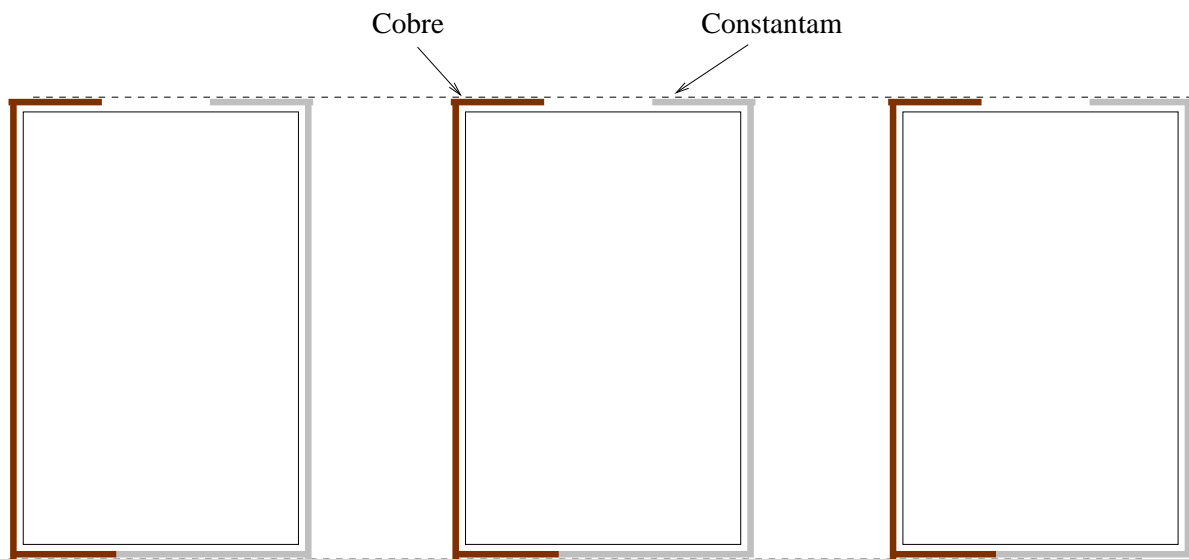


Figura 18: Perfil de transdutor à furo metalizado.

turas no sentido tangencial ao plano de medição.

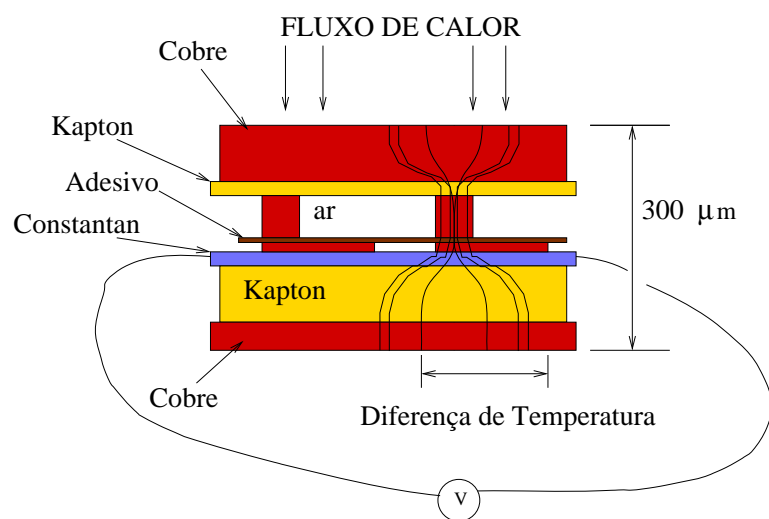


Figura 19: Corte transversal de um fluxímetro a gradiente tangencial.

As diferenças de temperatura são medidas por termopares planares a eletrodos depositados ligados em série. Cada um dos termopares converte a diferença de temperatura em *f.e.m.* *Seebeck*. A *f.e.m.* produzida é diretamente proporcional ao número de termoelementos distribuídos sobre a superfície útil do sensor. A técnica utilizada por Güths [1994] permite a construção de termopares desprovidos de soldas, pois as junções térmicas são formadas pelo depósito eletrolítico de cobre sobre uma base de constantan. Já o desvio das linhas de fluxo de calor é gerado por pinos de cobre simplesmente apoiados e colados sobre os termoelementos, facilitando a fabricação e possibilitando a construção de grandes superfícies de medição. A alta sensibilidade é devida ao grande número de junções dos termoelementos.

A perturbação, causada no fluxo de calor, é um dos problemas tecnológicos da maioria dos transdutores. São dois tipos de perturbações que o transdutor ocasiona: uma mostrada na Fig. 15 onde as linhas de fluxo de calor modificadas indicam a presença de um transdutor ou de uma resistência a mais para o fluxo de calor deixar a placa aquecida. Por isso quanto menor esses desvios melhor é o transdutor, uma vez que o fluxo desviado não é contabilizado e o transdutor indicará um menor fluxo do que realmente acontece. Outro tipo de perturbação ocorre pela modificação no escoamento do fluido, causada pela presença do sensor. A Fig. 15 dá uma idéia da modificação nos fluxos de massa e de calor.

2.3.4 Gradiente de Temperatura

Uma outra forma de medição, porém pouco utilizada, é através da medição do gradiente de temperatura do ar junto à placa. Como a velocidade do ar junto à placa é nula, o fluxo de calor é apenas por condução Fig. 20. No entanto, se torna imprecisa justamente pela dificuldade de se chegar muito próximo à parede, ocasionando correntes que modificam o escoamento.

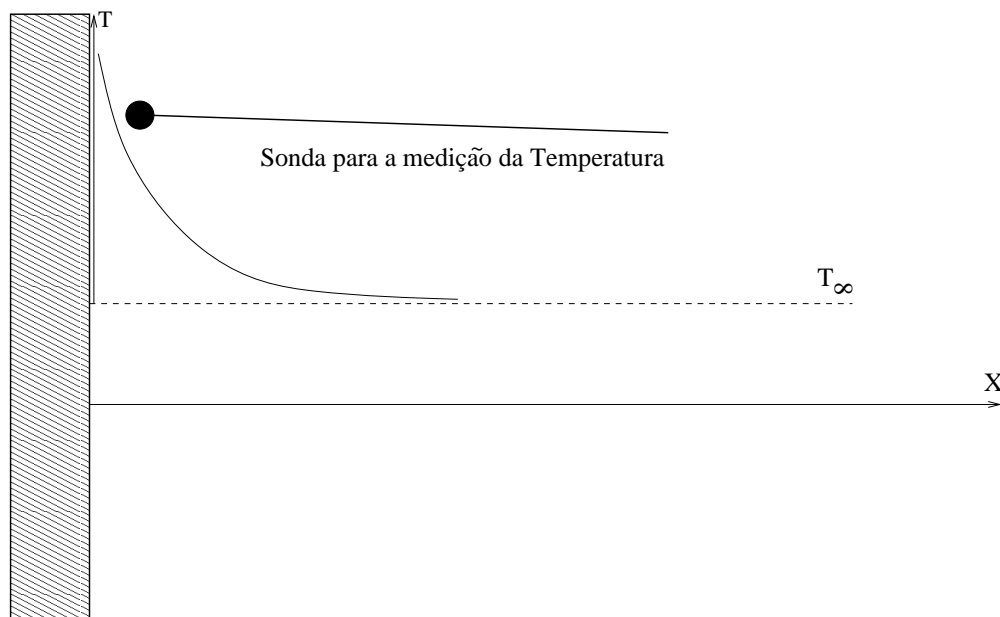


Figura 20: Medição do fluxo de calor junto à placa.

$$q'' = -k_{ar} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0}. \quad (2.30)$$

2.4 Métodos de Calibração do Fluxímetro a Gradiente Tangencial

Serão apresentados dois métodos de calibração de transdutor de fluxo de calor. A acurácia de um transdutor depende diretamente da confiabilidade de sua calibração. A calibração de um fluxímetro baseia-se na imposição de um fluxo de calor conhecido, normalmente gerado por efeito Joule em uma resistência aquecedora com a mesma área superficial do transdutor. Existem basicamente dois métodos de calibração:

- Duplo simultâneo;
- Fluxímetro auxiliar.

2.4.1 Duplo Simultâneo

No método simultâneo, representado esquematicamente pela Fig. 21, dois transdutores com dimensões idênticas são postos em contato superficial e submetidos a um fluxo de calor considerado idêntico e conhecido. Num segundo momento, mostrado na Fig. 22, a resistência aquecedora é posicionada entre os fluxímetros e um fluxo de calor conhecido é fornecido à placa mediante a aplicação de uma *d.d.p.* nos terminais da mesma.

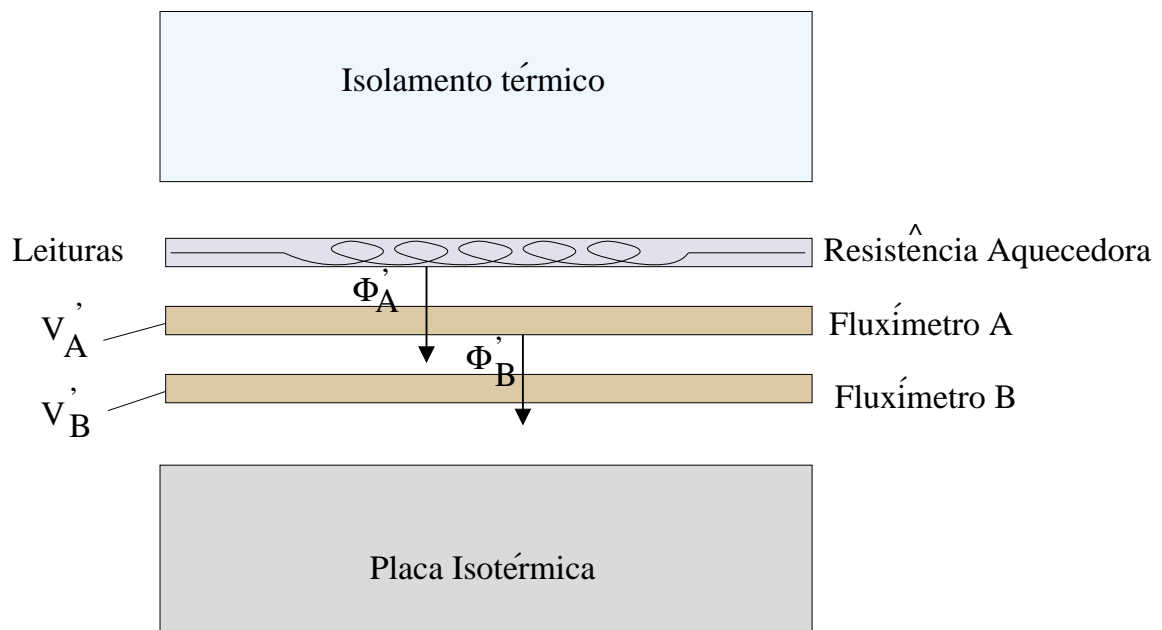


Figura 21: Primeira etapa da calibração simultânea.

Um banho termostatzado garante a temperatura homogênea da placa isotérmica que sustenta a montagem. A Eq. 2.31 relaciona o fluxo de calor com a tensão nos fluxímetros.

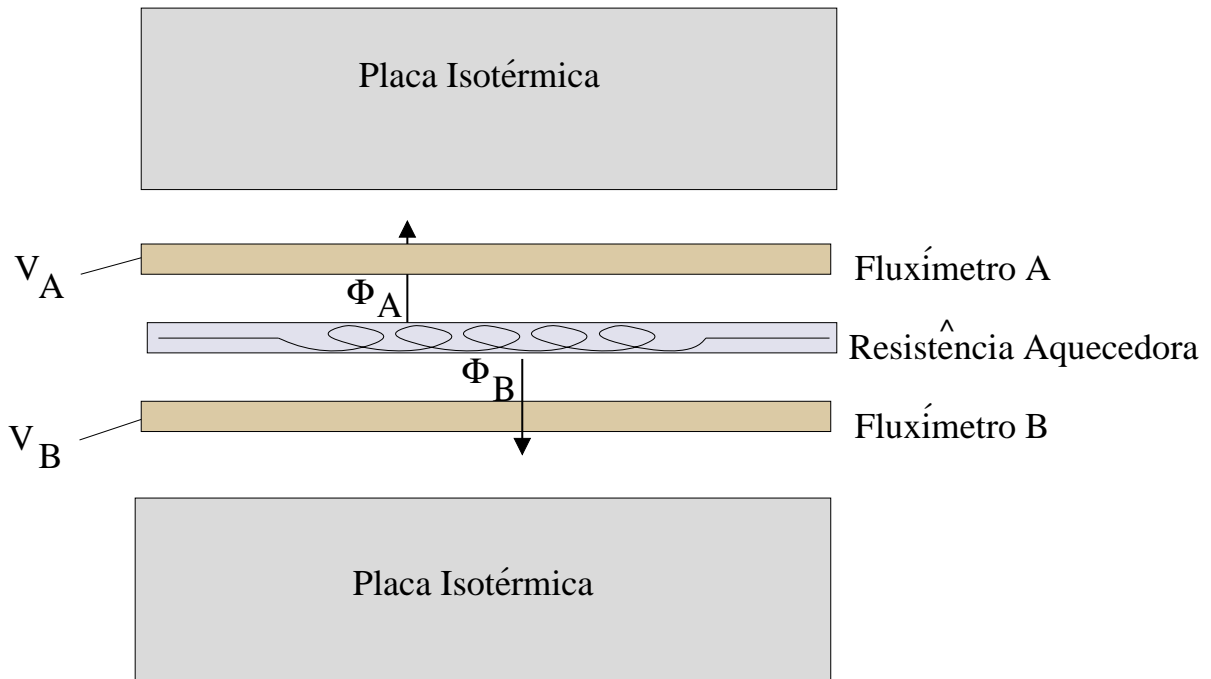


Figura 22: Segunda etapa da calibração simultânea.

$$q''_i = \frac{c_i \Delta V_i}{A}, \quad (2.31)$$

q''_i é o fluxo de calor no fluxímetro i em $\left(\frac{W}{m^2}\right)$,

c_i é a constante de proporcionalidade do fluxímetro i em $\left(\frac{W}{m^2 \mu V}\right)$,

ΔV_i é a diferença de tensão entre os terminais do fluxímetro em (μV) ,

A é a área de geração da potência elétrica que deve ser igual a área do fluxímetro em (m^2) .

$$\begin{aligned} \phi_A' &= \phi_B', \\ P &= Ri^2 = \phi_A. \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} c_A V_A' &= c_B V_B', \\ P &= c_A V_A + c_B V_B. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Cuja resolução é:

$$c_A = \frac{P}{V_A + \frac{V_A'}{V_B} V_B},$$

$$c_B = \frac{P}{V_B + \frac{V_B'}{V_A} V_A}.$$
(2.34)

Onde,

V_A', V_B' são as tensões produzidas na primeira configuração (μV),

V_A, V_B são as tensões produzidas na segunda configuração (μV),

c_A, c_B são as constantes de calibração de cada transdutor, A e B $\left(\frac{W}{\mu V}\right)$ e

$P = Ri^2$ é a potência elétrica dissipada pela resistência elétrica (W).

2.4.2 Transdutor Auxiliar

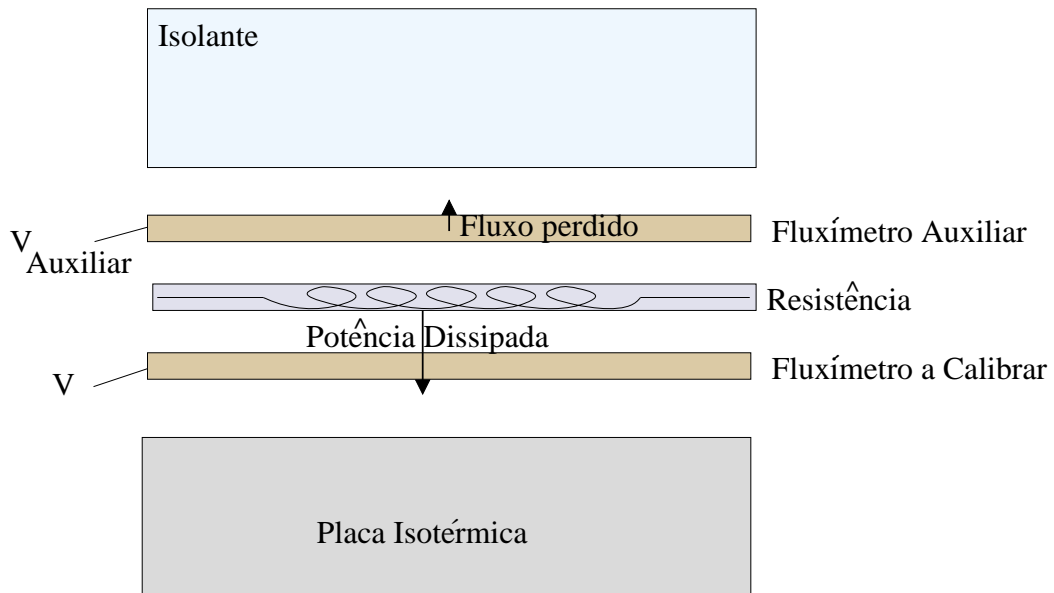


Figura 23: Calibração com transdutor auxiliar.

Este outro método utiliza um transdutor previamente calibrado, chamado de transdutor auxiliar, para medir o fluxo de calor perdido ao isolante, conforme mostrado na Fig. 23. Normalmente o fluxo de calor perdido pelo isolamento é inferior a 5 % do fluxo total. Dessa forma, a pequena incerteza na constante de calibração do transdutor auxiliar pouco influencia o resultado final. Para calibrar o fluxímetro auxiliar pode-se desprezar a fuga de calor ao isolante, ou utilizar um processo iterativo, alternado-se a posição dos dois fluxímetros.

3. *O APARATO EXPERIMENTAL*

Neste capítulo apresenta-se a bancada experimental, a calibração dos transdutores e uma avaliação dos parâmetros dimensionais do aparato. Também serão apresentadas as considerações realizadas, os aparelhos utilizados e os materiais que foram empregados.

3.1 Montagem dos Fluxímetros e da Bancada

A Fig. 24 ilustra um esquema da bancada experimental idealizada.

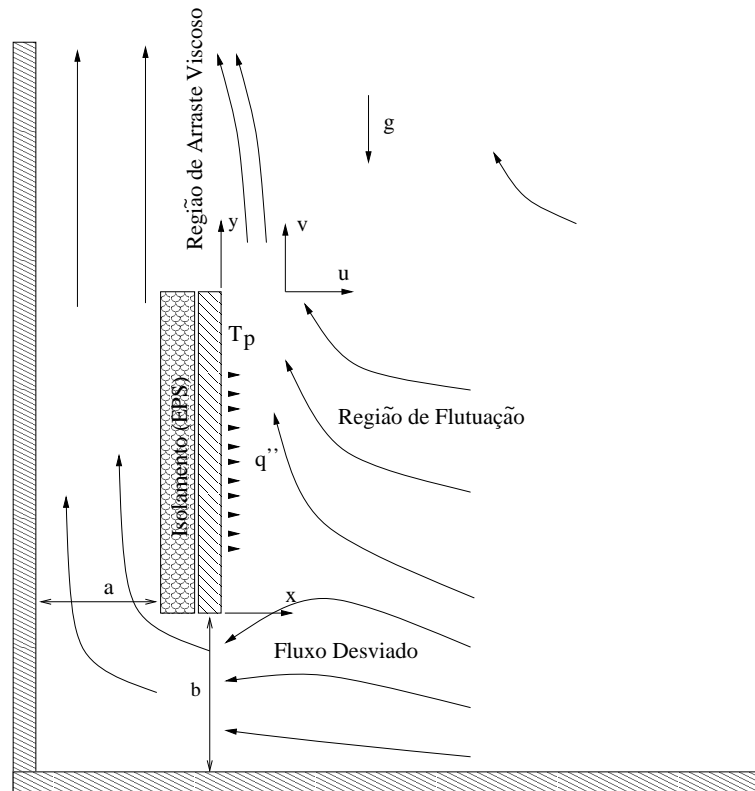


Figura 24: Perfil da montagem experimental: paredes próximas à placa plana.

A Fig. 25 mostra esquematicamente a montagem dos fluxímetros. O dispositivo experimental constitui-se de uma placa de alumínio com dimensões de $150\text{ mm} \times 150\text{ mm} \times 3\text{ mm}$ e

de faces lisas. Esta placa é aquecida por uma resistência elétrica plana de constantan e isolada termicamente na face posterior. A resistência é alimentada por uma fonte de corrente contínua, (0 – 30 V, 1 A). Possui as mesmas dimensões da placa metálica e é isolada por uma placa de EPS (poliestireno expandido), com 15 mm de espessura. Para medir o fluxo de calor da placa foram fixados 5 transdutores de fluxo de calor, com dimensões de 5 cm × 2 cm, sobre a face frontal da placa de alumínio.

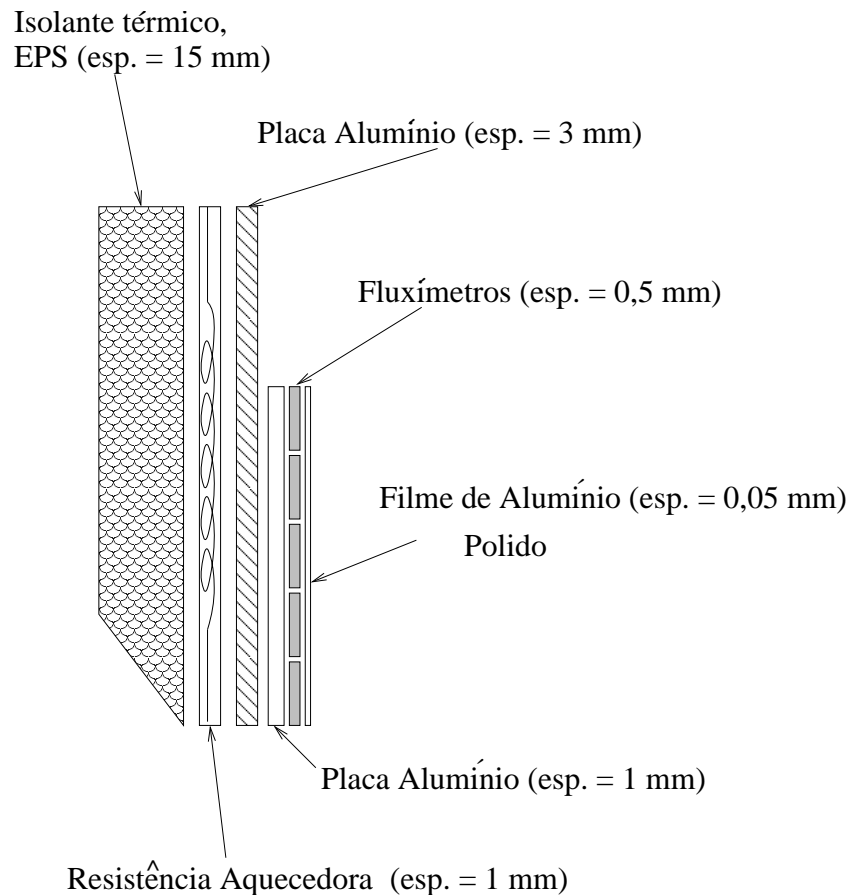


Figura 25: Corte transversal do dispositivo experimental.

As temperaturas são medidas por termopares do Tipo T, AWG 26. A temperatura da placa é medida por um termopar plano fixado na região central da mesma. Este termopar é conectado de forma diferencial com a o termopar que mede a temperatura do ar estando as junções protegidas das trocas radiativas por um cilindro metálico de baixa emissividade. Esse mesmo termopar é então conectado a um controlador do tipo PID (controlador proporcional integral derivativo), de resolução igual a 0,1 °C, alimentado por uma fonte de corrente contínua, de potência máxima de 30 W.

As Figs. 25 e 28 ilustram a montagem e o posicionamento dos fluxímetros sobre a placa metálica.

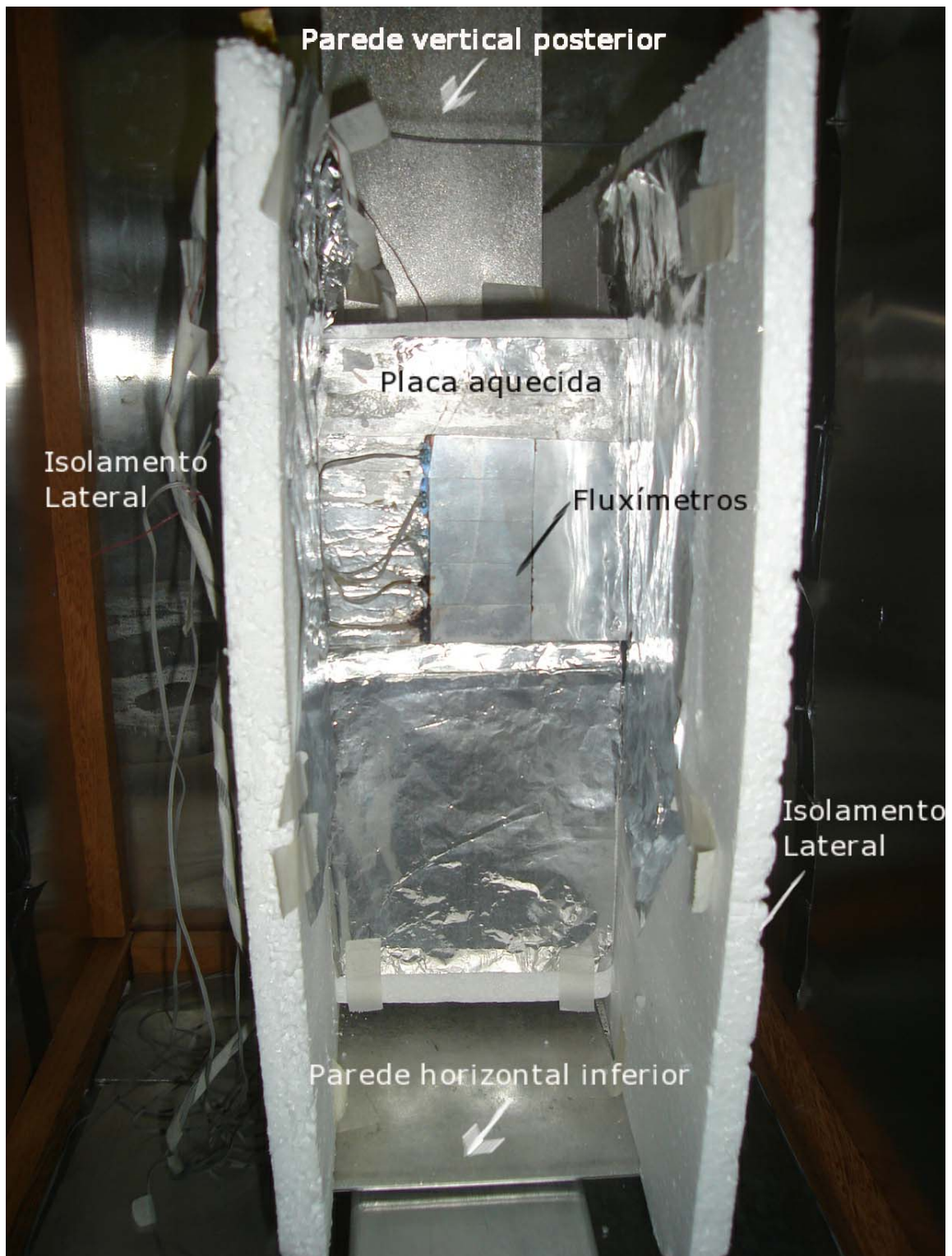


Figura 26: Vista do dispositivo experimental.

A Fig. 26 mostra a montagem do dispositivo de medição do fluxo de calor por convecção de uma placa encastrada. Esta placa é a configuração que mais se assemelha à configuração estudada por Ostrach [1952]. Consiste numa placa metálica, onde estão fixados os 5 fluxímetros, confinada entre duas placas de EPS verticais e dispostas nas laterais. A Fig. 28 mostra, em detalhe, a montagem da placa aquecida juntamente com os fluxímetros utilizados. Considerando a configuração composta somente pela placa plana mais os fluxímetros, resistência e isolamentos tem-se a condição de placa plana livre, sem influências de superfícies próximas. Entretanto, ao levar em conta, nessa montagem, a placa de isolamento que está recoberta por um filme de alumínio e posicionada no prolongamento da borda inferior da placa plana aquecida, tem-se a configuração de placa encastrada, mais semelhante ao modelo teórico de Ostrach [1952].

Ao fundo da Fig. 26 percebe-se uma placa de alumínio escovado, com 4 mm de espessura, verticalmente disposta. Na parte inferior também é percebida uma placa horizontal de mesmo material. Estas placas serão utilizadas, em configurações posteriores, como superfícies próximas e que influenciarão no coeficiente de transferência de calor por convecção. Desta maneira a placa plana aquecida, onde estão fixados os fluxímetros, é criteriosamente distanciada dessas placas de alumínio escovado. A experimentação se procedeu com um isolamento cobrindo estas duas superfícies. Nesta figura, Fig. 26, o isolamento não está presente mas o isolamento foi utilizado no momento da experimentação.

A Fig. 27 mostra a caixa que protege todos os dispositivos de medição. Esta proteção se faz necessário para que correntes convectivas não atrapalhem na medição do coeficiente de troca de calor por convecção natural. Nesta figura também estão presentes os ventiladores, para auxiliar no resfriamento adicional da superfície superior da caixa protetora, e a fonte utilizada para o aquecimento da placa plana vertical experimentada.

Outro termopar é ligado, também de forma diferencial, para verificar o gradiente de temperatura na superfície da placa. Uma de suas juntas foi fixada na parte superior e outra na parte inferior, conforme Fig. 28. Os sinais são adquiridos por um sistema de aquisição marca *HP Agilent modelo 34970A*, com intervalo de varredura de 5 s.

Nesse estudo deseja-se avaliar a transferência de calor bidimensional. Dessa forma a placa foi enclausurada entre duas placas laterais em EPS revestidas com uma película de alumínio polido com o objetivo de reduzir as trocas radiativas. A Fig. 26 mostra as placas laterais de EPS e no centro a placa aquecida com os transdutores. A presença das placas de EPS, também, tem a função de evitar as correntes transversais de ar que possam influenciar a medição.

Todo o conjunto é inserido em uma caixa de alumínio polido com dimensões de 1 m x 0,8 m x 0,6 m, com o objetivo de reduzir a influência do movimento de correntes de ar parasitas.



Figura 27: Vista da caixa de proteção.

Essas correntes convectivas podem influenciar negativamente a medição do fluxo de calor por convecção natural na face frontal da placa plana vertical. Para minimizar o aquecimento do ar interno foram instalados 2 ventiladores na superfície externa da caixa protetora, conforme visto na Fig. 27.

O ambiente externo foi mantido a uma temperatura de $23\text{ }^{\circ}\text{C}$ com uma variação de $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ no intervalo de 10 *minutos*. Já a variação da temperatura interna foi inferior a $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Como acabamento superficial duas configurações foram implementadas: *brilhante* e *negro*. Para a configuração *brilhante* uma película de alumínio polido (espessura igual $50\text{ }\mu\text{m}$) foi fixada sobre os fluxímetros e para o acabamento *negro* foi fixada uma folha de papel carbono fosco.

A película de alumínio garante que as trocas radiantes sejam mínimas, uma vez que a emissividade é estimada em $\varepsilon = 0,05$.

Por sua vez a configuração de corpo negro vai maximizar as trocas radiantes. A película fixada apresenta uma absortividade estimada em $\alpha = 0,95$.

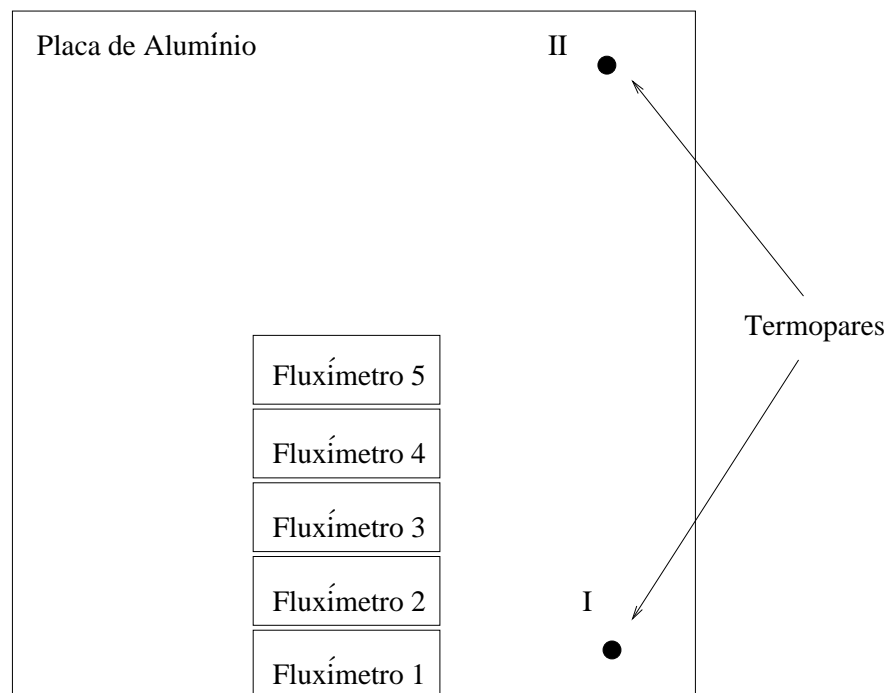


Figura 28: Vista frontal dos transdutores fixados na placa.

A Fig. 29 ilustra melhor a montagem da placa plana aquecida e os fluxímetros utilizados para medição do fluxo de calor por convecção. No centro da figura são fixados os fluxímetros e um respectivo recobrimento aluminizado para minimizar as trocas radiantes. Ao lado direito nota-se um recobrimento adicional para evitar flutuações no escoamento provenientes de im-

perfeições na motagem. Ao lado esquerdo encontram-se os cabos que ligam os fluxímetros ao sistema de aquisição. Na execução do experimento estes estavam recobertos por uma fita adesiva aluminizada para evitar turbulências ao escoamento.



Figura 29: Vista frontal dos transdutores fixados na placa.

É importante salientar um detalhe na montagem dos fluxímetros: entre cada transdutor há pequenos espaços vazios chamados “gaps”. Estas películas têm também a função de minimizar o efeito negativo destas imperfeições (provenientes da montagem dos fluxímetros), que possam perturbar o escoamento.

Todos os sinais, produzidos nos termopares e fluxímetros, são adquiridos por um sistema de aquisição marca *HP Agilent modelo 34970A* em modo diferencial. A aquisição dos dados se dá a cada segundo e são salvos em arquivo para tratamento ulterior. Como os termopares apenas medem uma diferença de potencial termoelétrico, indicando assim uma diferença de temperaturas.

As superfícies vizinhas são em alumínio escovado. São placas de 4 mm de espessura, largura de 20 cm e comprimento de 80 cm. São fixas e apoiadas em um suporte. A placa plana com fluxímetros, resistência e termopares é móvel sendo posicionada na configuração desejada. A Fig. 24 mostra que várias configurações podem ser adotadas mediante a variação dos comprimentos a e b .

3.2 Calibração dos Transdutores

Como já mencionado, a exatidão de uma medição é fundamental e é diretamente dependente da calibração do sensor. Cada fluxímetro possui sua constante de proporcionalidade. A calibração procedeu-se de modo independente. Cada um dos 5 fluxímetros foi calibrado utilizando-se o método do transdutor auxiliar, abordado na seção 2.4.2. A Fig. 23 indica a montagem utilizada.

A Tab. 2 apresenta os valores da calibração de cada um deles.

$$q'' = cV. \quad (3.1)$$

Tabela 2: Valores da calibração dos fluxímetros.

Transdutor	Sinal (μV)	q (W)	Fluxo ($\frac{W}{m^2}$)	c ($\frac{W}{\mu V}$)
Fluxímetro 5	7.420	5,48	5346,37	0,72
Fluxímetro 4	15.170	5,48	5430,09	0,36
Fluxímetro 3	13.750	5,49	5301,79	0,39
Fluxímetro 2	14.400	5,45	54553,04	0,3308
Fluxímetro 1	7.675	5,49	5224,84	0,68

A constante de calibração converge assitoticamente para um valor estável para uma potência dissipada pela resistência superior a $2000 \frac{W}{m^2}$. Esse efeito é evidenciado em Güths [1994] e é devido à relação entre o fluxo de calor que atravessa o transdutor e as fugas laterais. Por isso quanto maior o fluxo de calor dissipado na resistencia aquecedora, menor é a influência das fugas de calor. A Fig. 30 indica a convergência da constante de calibração para um valor estável em função da potência dissipada na resistência aquecedora.

3.2.1 Avaliação da Sensibilidade do Fluxímetro

Pode existir uma anisotropia superficial de medição do fluxo de calor, decorrente de falhas no processo de fabricação. Com uma experimentação simples pode-se medir a sensibilidade de um transdutor mediante uma imposição de um fluxo em diferentes regiões de sua superfície. Uma resistência aquecedora, com dimensão menor que o transdutor testado, é sobreposta na face superior em três posições: esquerda, centro e direita. Um fluxo de calor conhecido é

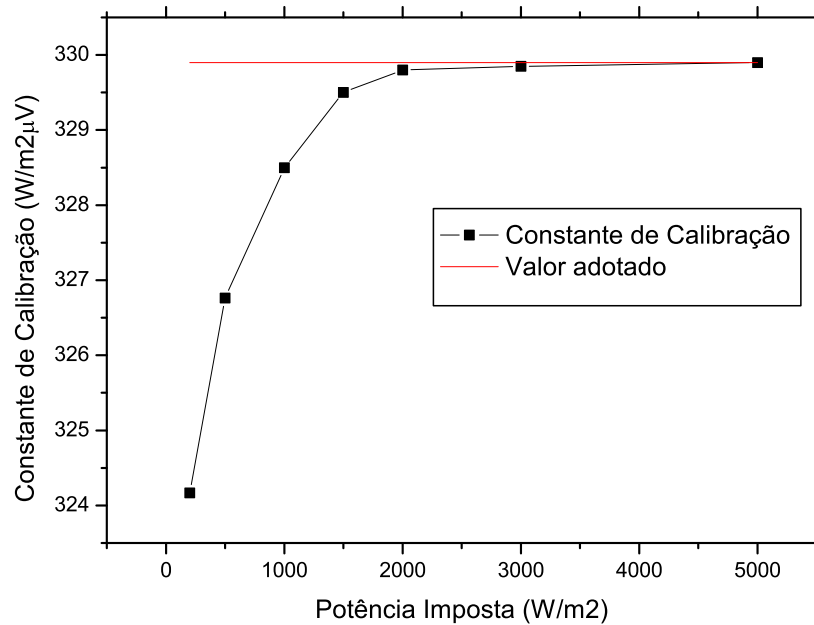


Figura 30: Constante de calibração, fluxímetro 2, em função da potência dissipada na resistência aquecedora.

imposto e é realizada a leitura do sinal do transdutor. O valor do fluxo de calor utilizado foi de $1000 \frac{W}{m^2}$. O esquema pode ser visto na Fig. 31. Uma análise da Tab. 3 indica que os fluxímetros não apresentam variação significativa de sensibilidade ao longo da área de medição, (*esquerda – centro – direita*).

Tabela 3: Valores para a sensibilidade dos fluxímetros.

Transdutor	Esquerda $\left(\frac{mV}{\frac{W}{m^2}} \right)$	Centro $\left(\frac{mV}{\frac{W}{m^2}} \right)$	Direita $\left(\frac{mV}{\frac{W}{m^2}} \right)$
Fluxímetro 5	0,145	0,149	0,147
Fluxímetro 4	0,269	0,261	0,265
Fluxímetro 3	0,280	0,284	0,286
Fluxímetro 2	0,331	0,327	0,326
Fluxímetro 1	0,213	0,211	0,205

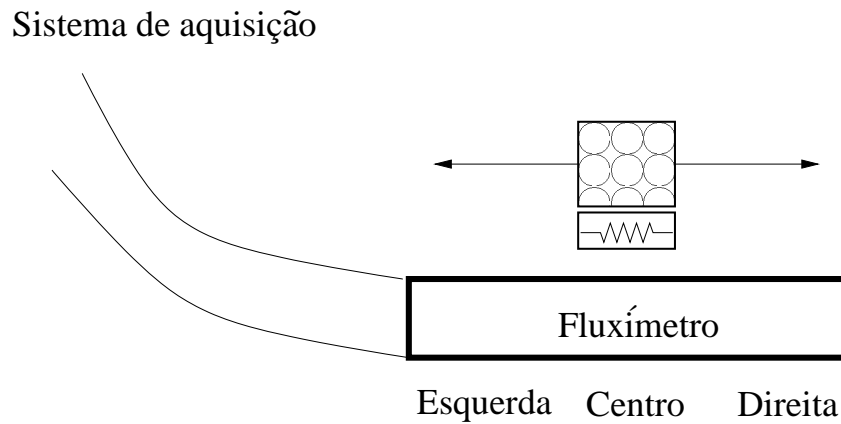


Figura 31: Experimentação para estimar a sensibilidade de um fluxímetro.

3.3 Avaliação do Aparato Experimental

Antes de explorar os resultados experimentais procurou-se avaliar diferentes fenômenos que poderiam estar presentes no aparato e de alguma forma influenciar negativamente nos resultados finais.

3.3.1 Gradiente de Temperatura na Placa Metálica

O modelo de convecção estudado é o da placa plana vertical isotérmica. Como o fluxo de calor é gerado por uma resistência aquecedora (fluxo constante), a isoterma é obtida graças a alta condutividade da placa de alumínio. Nessa seção é apresentada uma análise térmica simplificada para avaliar a hipótese de isoterma no sentido vertical.

O modelo é unidimensional, regime permanente e baseado em resistências térmicas equivalentes. Consiste em duas pequenas partes consecutivas da placa, sendo a área de cada parte igual a área de um fluxímetro, $H \times W$, $H = 2,0 \text{ cm}$ e $W = 5,0 \text{ cm}$. Estima-se um coeficiente de troca (baseado em medições prévias e literatura) e impõe-se um fluxo de calor ($P = Ri^2$). A temperatura interna de cada região da placa é estabelecida mediante um balanço entre essas duas quantidades, bem como a temperatura nas suas superfícies (interna e externa). Dessa maneira pode-se conhecer qual o ΔT existente entre duas alturas consecutivas da placa, e também o gradiente no interior de cada região. O modelo é esboçado na Fig. 32 e procura-se conhecer a diferença de temperatura $\Delta T = T_{p1} - T_{p2} \text{ K}$, plotado na Fig. 33.

De um balanço de energia para cada “nó” presente na Fig. 32 constrói-se um sistema de 8 equações e 8 incógnitas, que está descrito pela Eq. 3.2:

e com as variáveis definidas:

$\Delta T_{1-2} = T_{p1} - T_{p2}$ é a diferença de temperatura desejada em (K).

$T_{\infty} = 298 \text{ K}$ é a temperatura suficientemente longe da placa em (K).

k_f é a condutividade do fluxímetro em $(\frac{W}{mK})$.

k_p é a condutividade da placa em $(\frac{W}{mK})$.

T_f é a temperatura do fluxímetro em (K).

T_p é a temperatura da placa em (K).

S é a espessura da placa em (m).

s é a espessura do fluxímetro em (m).

T_{e1} é a temperatura no ponto esquerdo inferior (K).

T_{e2} é a temperatura no ponto esquerdo superior (K).

A Tab. 4 apresenta os valores das propriedades dos materiais envolvidos.

Tabela 4: Propriedades dos materiais.

Material	Cond. Térmica $(\frac{W}{mK})$	Espessura (mm)	Área (cm ²)
Placa de Alumínio	400	4	15 x 15
Resistência Aquecedora	—	1	15 x 15
Fluxímetro	1	1	2 x 5

Uma análise da Fig. 32, assim como no conjunto de Eq. 3.2, pode identificar os valores de $\frac{H}{sk_f}$, $\frac{S}{2k_pH}$ e $\frac{1}{h_2H}$ como resistências à passagem do fluxo de calor imposto pelos gradientes relativos.

Este sistema pode ser solucionado com auxílio de um programa de computador. O software *EES - Engineering Equation Solver* que utiliza o método de solução por tentativa e erro foi utilizado. Uma simulação com alguns valores de k_f e k_p é mostrada na Fig. 33. Embora o valor da condutividade do fluxímetro influencie na diferença de temperatura da placa, essa diferença é pequena para placas com grande valor de condutividade k_p .

A condutividade térmica equivalente do fluxímetro utilizado foi cerca de $k_f = 1,0 \frac{W}{mK}$ e a placa de alumínio possui $k_p = 400,0 \frac{W}{mK}$ resultando em uma diferença de temperatura ΔT na placa de $0,04^\circ\text{C}$. Trata-se de um valor bastante baixo, podendo então ser considerada válida a

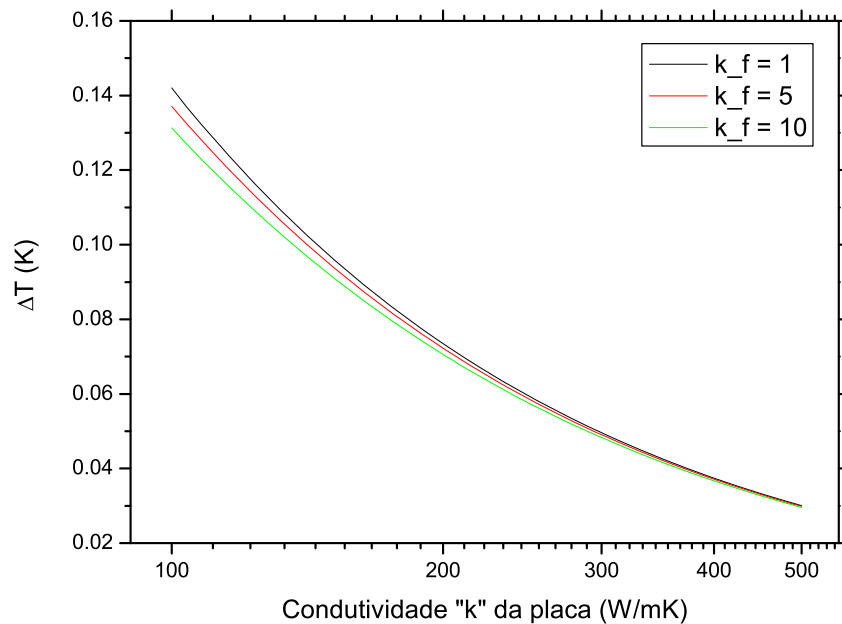


Figura 33: Gráfico da influência da condutividade térmica “k” na isoterмия da placa.

hipótese de isoterмия.

3.3.2 Avaliação do gradiente de temperatura na “caixa protetora”

A caixa protetora deve possuir dimensões tais que permitam dissipar o calor carregado por convecção natural, sem provocar um aumento na temperatura do ar interior. A dissipação do calor será da placa aquecida para o ar próximo à placa e deste para regiões distantes da placa aquecida.

Um aumento de temperatura do ar provocará efeitos de flutuação em outras áreas internas da caixa e a condição de quiescência do ar não será mais mantida. Para isso precisa-se dimensionar a caixa protetora de modo que o escoamento, após a região de flutuação, se desenvolva até distância tal que não interfira no escoamento que está se acelerando na região de flutuação.

Para avaliar o dimensionamento da caixa protetora instalou-se um termopar diferencial no interior da caixa em diferentes pontos. A medição da diferença de temperatura do ar entre os pontos **A** e **B**, na Fig. 34, mostra que há um aumento de apenas $1,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ na temperatura do ar, sendo este o valor máximo encontrado. O aumento não é significativo uma vez que a medição em outras regiões apresenta ΔT da ordem de $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Isso indica que a caixa tem dimensões compatíveis com o experimento.

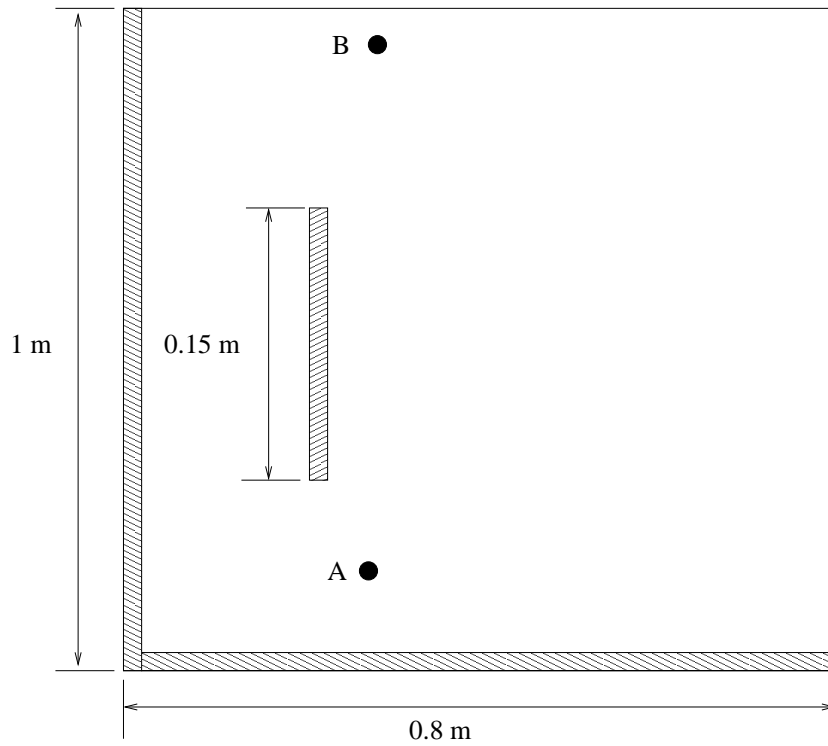


Figura 34: Esquema de montagem do termopar diferencial no interior da caixa protetora.

3.3.3 Transferência Radiativa

Nesse estudo pretende-se comparar os resultados experimentais com os resultados teóricos encontrados na literatura. Esses resultados referem-se unicamente ao coeficiente de troca de calor por convecção. Entretanto as trocas térmicas convectivas, condutivas e radiativas estão presentes no modelo experimental. A troca condutiva ocorre na região posterior e nas laterais da placa aquecedora, sendo minimizado com o uso de isolantes do tipo EPS, considerada desprezível em função da baixa condutividade térmica desse material $k_{isol.} \sim 0,026 \frac{W}{mK}$. A parcela condutiva a considerar está na troca entre placa aquecida e ar. Esta parcela é advectada formando assim a troca térmica chamada convecção e seu valor é previsto pelo sinal elétrico que o fluxímetro fornece. A troca radiativa, por sua vez, está presente e também faz parte do sinal do fluxímetro.

Assim o coeficiente global de troca, h_t , pode ser escrita conforme Eq. 3.3.

$$\begin{aligned} h_t &= h_r + h_c, \\ q_t &= q_c + q_r, \end{aligned} \tag{3.3}$$

onde:

q_t e h_t são o fluxo de calor $\left(\frac{W}{m^2}\right)$ e o coeficiente de troca total $\left(\frac{W}{m^2K}\right)$,

q_c e h_c são o fluxo convectivo $\left(\frac{W}{m^2}\right)$ e o coeficiente de troca convectiva $\left(\frac{W}{m^2K}\right)$ e q_r e h_r são o fluxo radiativo $\left(\frac{W}{m^2}\right)$ e o coeficiente radiativo $\left(\frac{W}{m^2K}\right)$.

T_{viz} é a temperatura das vizinhanças e define a temperatura em que temperatura estão todas as superfícies vizinhas e o ar ao redor da placa. Neste caso a $T_{viz} = T_{\infty}$. Diversos autores preferem trabalhar com o fluxo de calor radiativo expresso conforme Eq. 3.4:

$$q_r = h_r (T_{sup} - T_{viz}), \quad (3.4)$$

que fornece um coeficiente de troca segundo a equação:

$$h_r = \epsilon \sigma (T_{sup} + T_{\infty}) (T_{sup}^2 + T_{\infty}^2). \quad (3.5)$$

A propriedade ϵ é a emissividade da superfície e $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{K^4m^2}$ é a constante de Stefan-Boltzmann. O coeficiente de convecção pode ser determinado por:

$$h_c = h_r - \frac{q''}{(T_{sup} + T_{\infty})}. \quad (3.6)$$

A Fig. 35 mostra os resultados de um ensaio onde os fluxímetros foram recobertos por uma película negra (película de carbono, com emissividade estimada em 0,95). Uma potência de $2000 \frac{W}{m^2}$ foi aplicada na resistência elétrica fazendo com que o ΔT atingisse o valor de $20 K$, entre a placa metálica e o ar. Após descontada a parcela referente às trocas radiantes, os valores puderam ser comparados com resultados teóricos apresentados por Ostrach [1952]. Nos dois casos os valores de operação do experimento, ΔT e potência dissipada (Ri^2), foram os mesmos diferindo apenas na cor do acabamento superficial.

Na Fig. 35 os valores representam uma média na área correspondente de cada fluxímetro. O valor médio do coeficiente proposto por Ostrach [1952] é também calculado na área correspondente de cada fluxímetro, ($2 cm \times 5 cm$), efetuando se a comparação. Nota-se boa concordância entre os valores teóricos e experimentais para o caso de acabamento brilhante.

3.4 Comparação Teórico \times Experimental

O caso teórico relatado por Ostrach [1952] é a solução por similaridade das equações simplificadas para o caso bidimensional. Dessa forma, a experimentação do caso padrão conhecido

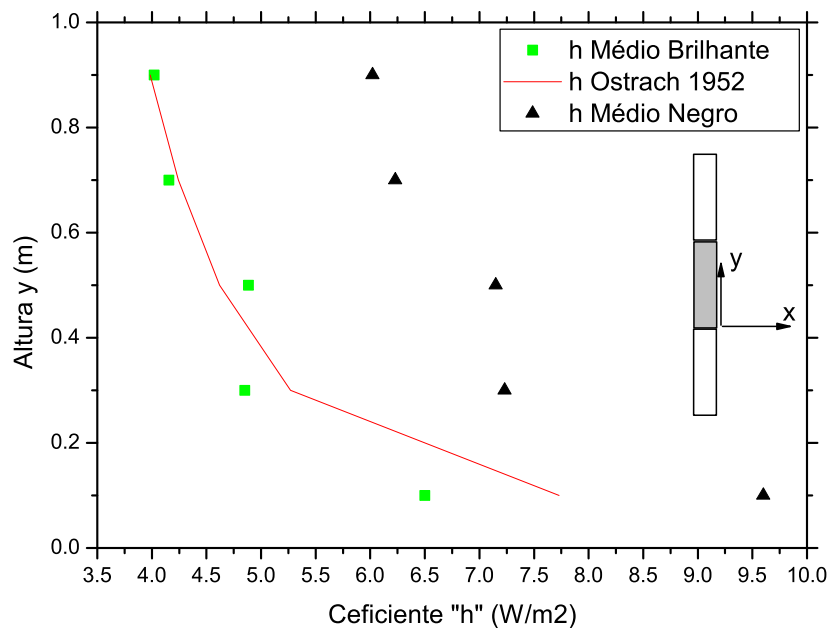


Figura 35: Variação do coeficiente de troca teórico e experimental.

por “placa encastrada” foi realizada e a Fig. 36 mostra os resultados dessa comparação, através do número de Grashof, $Gr_y = \frac{g\beta\Delta T y^3}{\nu^2}$.

Deve-se ressaltar que o problema resolvido por Ostrach [1952] é modelado, aqui, experimentalmente pela placa encastrada. Esta modelagem se assemelha muito com o caso teórico. No entanto, observa-se uma boa concordância entre os valores teórico e experimentais. As diferenças entre os valores podem ser explicadas pelo fato de que na bancada as falhas de montagem e operação permitem que fluxos de massa externos interfiram na medição dos fluxímetros. No entanto, a tendência dos valores experimentais segue a tendência dos valores teóricos.

A Fig. 36 mostra os resultados experimentais e teóricos para o caso da placa encastrada. O ΔT imposto foi de 20 K e a placa tem dimensões de 15 cm por 15 cm. Cada valor, referente à experimentação, indicado no gráfico da Fig. 36 representa um valor médio na área de cada fluxímetro. Para efetuar a comparação, foram tomados os valores médios teóricos do coeficiente em cada área correspondente.

A diferença nos valores do coeficiente diminui na medida que Gr_y aumenta. Essa diferença se deve à imperfeições de montagem e turbulências causadas por ela e também por simplificações adotadas no modelo teórico. O modelo de Ostrach [1952] limita-se ao interior da camada limite, já no modelo experimental estão presentes fluxos de calor por todos os lados bem como efeitos

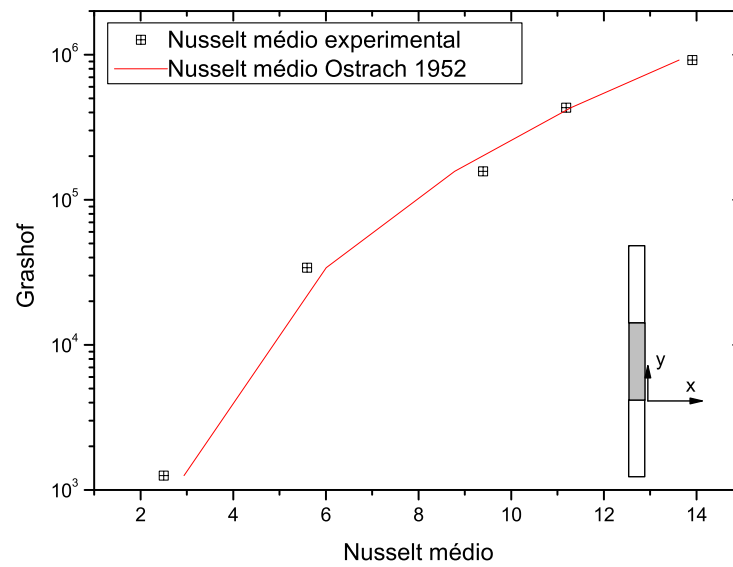


Figura 36: Comparação teórico \times experimental.

de borda e outras imperfeições na montagem.

Pode-se verificar uma ótima concordância entre os valores experimentais e teóricos indicando que no modelo experimental é verificado um comportamento semelhante ao previsto por Ostrach [1952].

4. *A MODELAGEM COMPUTACIONAL*

O código comercial ANSYS-CFX foi escolhido para a simulação dos casos uma vez que o seu uso já está consolidado como ferramenta de engenharia por inúmeros grupos de Pesquisa e Desenvolvimento. Estes, com sucesso, estão otimizando projetos em virtude do conhecimento prévio qualitativo e quantitativo do escoamento, do campo de temperaturas, da taxa de calor transferido no domínio do problema, das forças resistivas pela estrutura, enfim, de todas as variáveis envolvidas no respectivo problema.

As equações diferenciais de conservação da massa, quantidade de movimento e energia são discretizadas pelo método dos volumes finitos e resolvidas iterativamente chegando-se a erros máximos da ordem de 10^{-6} . As equações transientes foram resolvidas de forma a mostrar aspectos de desenvolvimento dos campos de velocidade e de temperatura. Foi realizada uma análise da discretização da malha, isto é, do tamanho do volume de controle, bem como uma avaliação da espessura da placa e do tipo das condições de contorno.

A modelagem numérica é inicialmente comparada com resultados teóricos apresentados por Ostrach [1952] e depois os vários casos são comparados com valores experimentais.

4.1 **Parâmetros de Simulação**

O problema possui uma escala de tempo relativamente baixa, da ordem de segundos. No relatório final de simulação, produzido pelo software ANSYS CFX 10.0, são calculados os valores médios de escala do problema em questão para algumas variáveis importantes tais como: Reynolds, Rayleigh, tempo de flutuação, tempo médio de advecção, velocidades máximas e mínimas entre outras. O tempo médio de advecção é determinado por $\bar{t} = \frac{L}{\bar{v}}$, sendo respectivamente L e \bar{v} um comprimento e uma velocidade característicos. Para o caso da placa encastrada com altura igual a $15,0\text{ cm}$ e $\Delta T = 20\text{ K}$, o tempo médio de advecção é de $2,1\text{ s}$, que é o tempo necessário para que uma partícula de fluido percorra uma vez o domínio. O tempo de flutuação

é entendido como o tempo necessário para uma parcela de fluido percorrer a distância total da placa aquecida apenas e é de 0,5 s, para o caso da placa encastrada. O tempo total de simulação foi arbitrado em 15,0 s. Esse tempo é suficiente para mais de cinco ciclos de passagem do ar no domínio, podendo ser considerado como tempo suficiente para o escoamento encontrar um regime quase estacionário. O número de *Reynolds* do escoamento, para esta placa encastrada, é de $Re \sim 374$ e o número de *Rayleigh* fica da ordem de $Ra_y \sim 10^6$, indicando que o escoamento possui uma característica laminar¹, e dessa forma nenhum modelo de turbulência foi adotado.

Já para o caso da placa livre com altura de placa $H = 45,0 \text{ cm}$ o tempo médio de advecção é de 3,0 s, o número de Reynolds, $Re = 778$, o Rayleigh, $Ra = 1,35 \cdot 10^7$ e tempo de flutuação da ordem de 0,7 s. Isso indica que o tempo escolhido de 15,0 s para um regime quase estacionário é novamente coerente. Este caso é o que necessita mais recursos computacionais e possui um número total de elementos volumétricos hexaédricos de 551.131 volumes, necessitando de aproximadamente 6 horas de simulação quando se utilizando processamento paralelo em 16 computadores com 2,8 GHz de processamento e 1,5 MB de memória RAM cada.

A equação da conservação da quantidade de movimento em y pode ser escrita conforme Eq. 4.1:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + g\beta(T - T_\infty). \quad (4.1)$$

O termo de flutuação $g\beta(T - T_\infty)$ é um termo fonte que representa a força de flutuação ou força motriz do escoamento. Só existirá, portanto, enquanto existir diferença de temperatura.

O parâmetro β é avaliado como: $\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P$, este valor representa uma expansão térmica sofrida pelo gás à pressão constante. Para o ar seco com pequena variação de $\Delta T = (T - T_\infty) \ll T_\infty$, o valor do coeficiente de expansão térmica fica da ordem de $\beta \sim \frac{1}{T}$.

O problema transiente foi resolvido com passo de tempo de 0,05 s e tempo total (real) de 15,0 s, como já discutido. Ar seco com temperatura de 298,0 K foi selecionado como fluido de trabalho à pressão atmosférica, sendo a força de corpo a própria força gravitacional. A temperatura de referência foi arbitrada em 298,0 K. O domínio é estacionário e nenhum modelo para deformação da malha foi escolhido. As variáveis velocidade e pressão foram iniciadas com valores de $0,0 \frac{m}{s}$ e $0,0 \text{ Pa}$, e a temperatura com valor de 298,0 K. O esquema de interpolação escolhido foi de segunda ordem, com o modelo *Rhie Chow*, para evitar problemas com difusão numérica. O controle de convergência em cada passo de tempo é definido pelo número de iterações em cada passo de tempo, que é de 10, e também pelo resíduo máximo que

¹ $Ra_y < 10^9$ para regime laminar, Rosehnow, Hartnett e Cho [1998] e Incropera e DeWitt [2003].

foi arbitrado em 10^{-6} . Esse resíduo também influencia no critério de parada no tempo, ou seja, ou o tempo total de 15,0 s é alcançado ou o resíduo máximo de 10^{-6} .

4.2 Casos Simulados

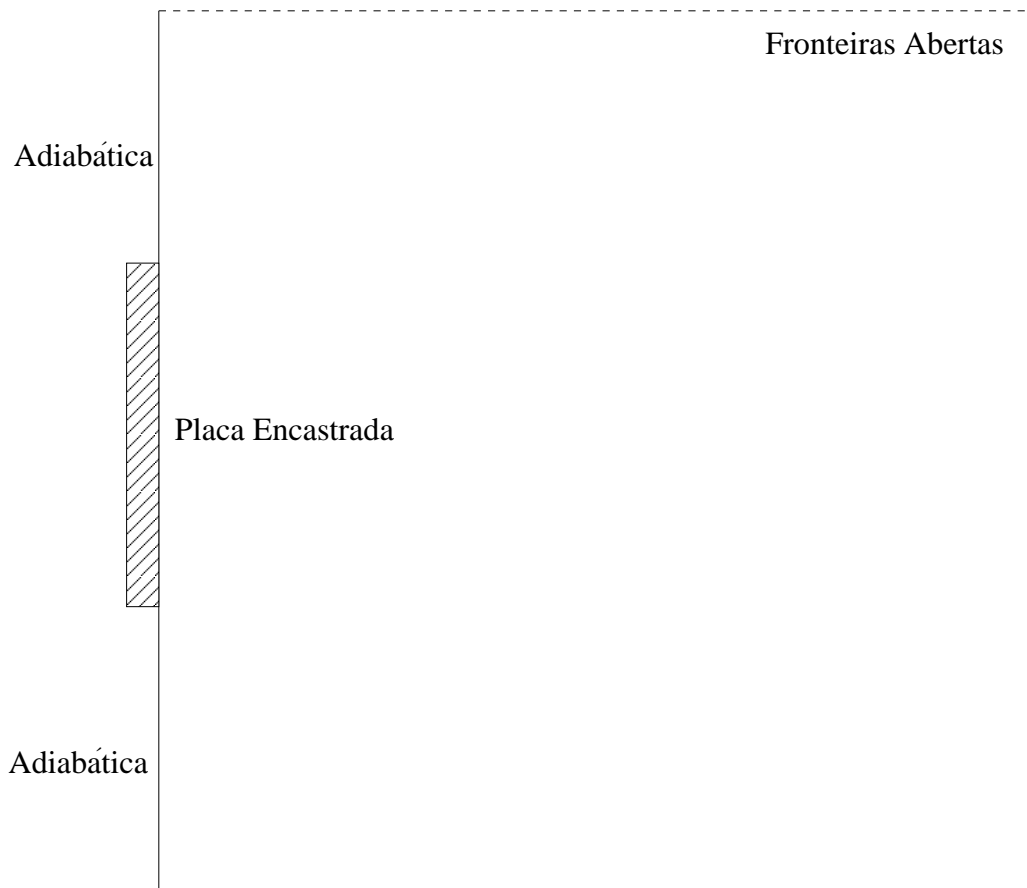


Figura 37: Esquema em corte do domínio computacional: Modelo de placa encastrada.

Os casos simulados são representados nas Fig. 37 à Fig. 41. Em todos os casos estão presentes: a placa plana e as fronteiras abertas. Nos casos em que se deseja conhecer a influência das superfícies vizinhas a condição de contorno de parede foi adotada.

Na simulação, quando se quis modelar a placa livre foi utilizado a modelagem correspondente à Fig. 38, para horizontal adiabática inferior a correspondente à Fig. 39, vertical adiabática posterior a Fig. 40 e ambas as placas a Fig. 41.

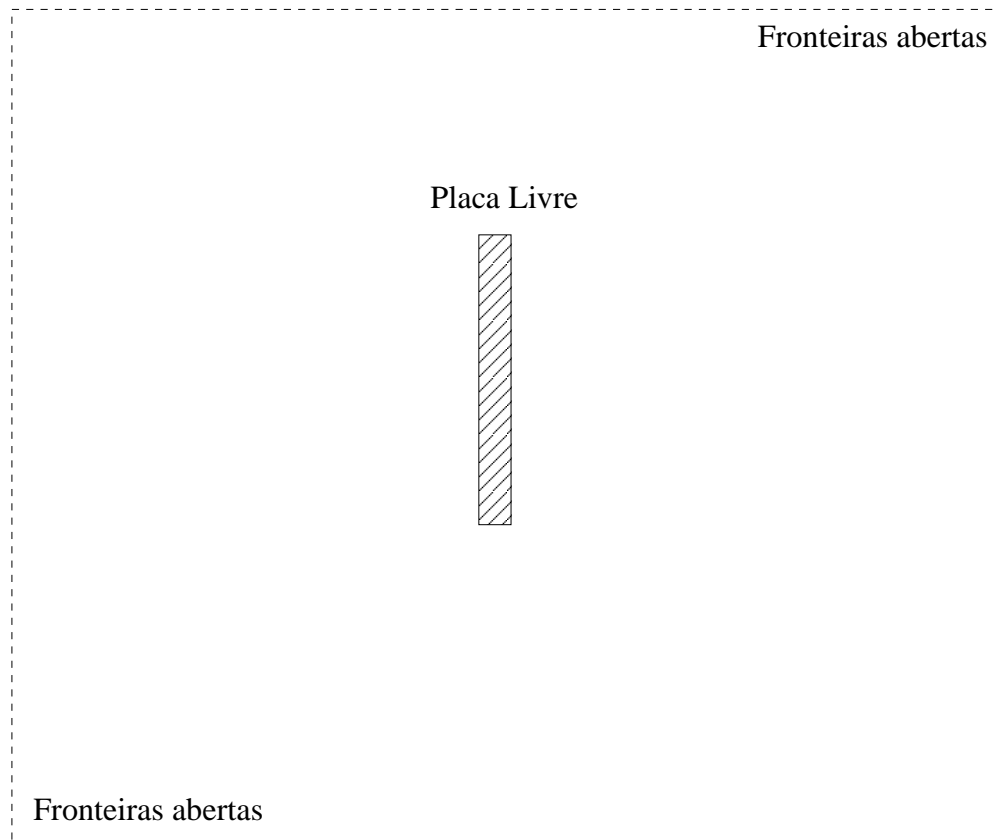


Figura 38: Esquema em corte do domínio computacional: Modelo de placa livre.

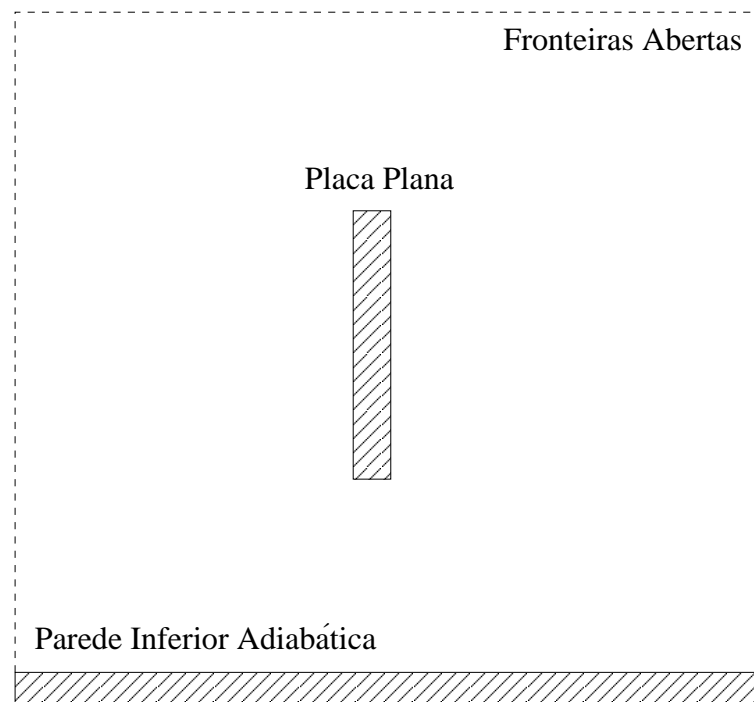


Figura 39: Esquema em corte do domínio computacional: Modelo de parede horizontal adiabática inferior próxima à placa plana vertical isotérmica.

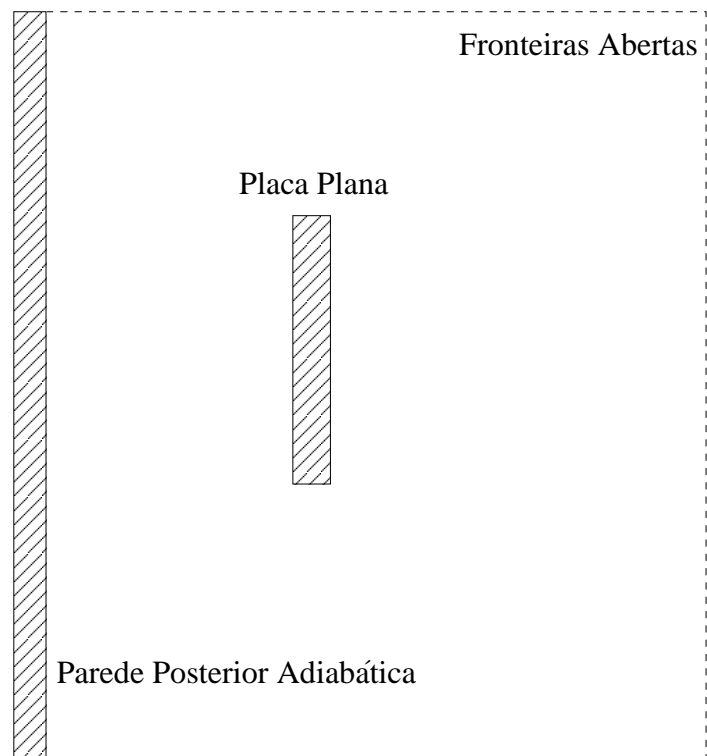


Figura 40: Esquema em corte do domínio computacional: Modelo de parede vertical posterior adiabática próxima à placa plana vertical isotérmica.

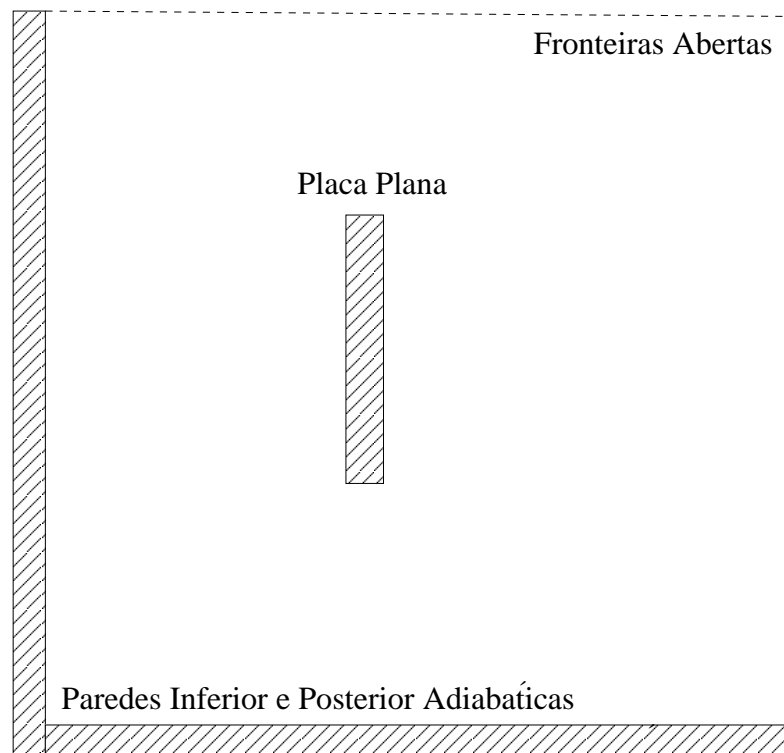


Figura 41: Esquema em corte do domínio computacional: Modelo de parede inferior e posterior próximas à placa plana vertical isotérmica.

4.3 Tamanho do Domínio

Uma questão importante de se tratar é o tamanho do domínio computacional. Deve-se selecionar um tamanho mínimo mas que ainda caracterize o problema. No entanto, a malha definirá a capacidade computacional exigida, pois para cada volume é preciso guardar as variáveis de fluxo (nas direções x , y , z) temperatura, densidade entre outras. Para os casos estudados necessitou-se de 4 computadores com 2,8 GHz de clock e com 1,5 GB de memória RAM trabalhando em paralelo, mas foram efetivamente utilizadas 16 máquinas diminuindo a carga para cada uma delas e realizando o trabalho num tempo menor. Escolheu-se 16 máquinas para que dois ou mais casos fossem simulados simultaneamente.

O modelo computacional para o domínio do problema físico variou de $1\text{ m} \times 1\text{ m}$, no caso de placa plana com superfícies vizinhas muito próximas, até um máximo de $2\text{ m} \times 2\text{ m}$, no caso da placa livre. Nestes dois casos os domínios escolhidos são suficientemente grandes para caracterizar o problema, possibilitando que o ar movimente-se e prevenindo que as condições de contorno influenciem negativamente o escoamento na região próxima à placa. A espessura no modelo é sempre constante e igual a $1,0\text{ mm}$, representando um modelo bidimensional. As dimensões encontram-se na Fig. 42.

4.4 Tamanho e Discretização da Malha

A malha será obtida através da discretização de um domínio contínuo para a integração das equações de continuidade, quantidade de movimento e energia. O espaçamento de malha interfere na solução do problema. Uma discretização grosseira pode afetar substancialmente os resultados a ponto de não poderem ser vistos como solução do problema, por outro lado uma discretização fina resulta em um tempo computacional elevado. Assim, três graus de refino de malha foram testados mantendo-se constantes as dimensões do domínio. As malhas foram geradas com auxílio de ferramentas CAD de um módulo disponível do próprio pacote computacional ANSYS - CFX e respeitam regras simples: na direção z foi escolhido 1 volume apenas, que serve de orientação para que o ANSYS - CFX assuma escoamento bidimensional; nas direções x e y a malha segue uma função exponencial com a dimensão dos elementos variando inicialmente de $0,2\text{ mm}$ e, até o final da aresta, de $25,0\text{ mm}$.

A Fig. 43 mostra a ordem no crescimento da malha, ou seja, o espaçamentos entre os dois nós consecutivos cresce na medida que seguimos a orientação de cada seta indicada nas linhas geratrizes. Essas linhas são chamadas de geratrizes e orientarão o crescimento do espaçamento

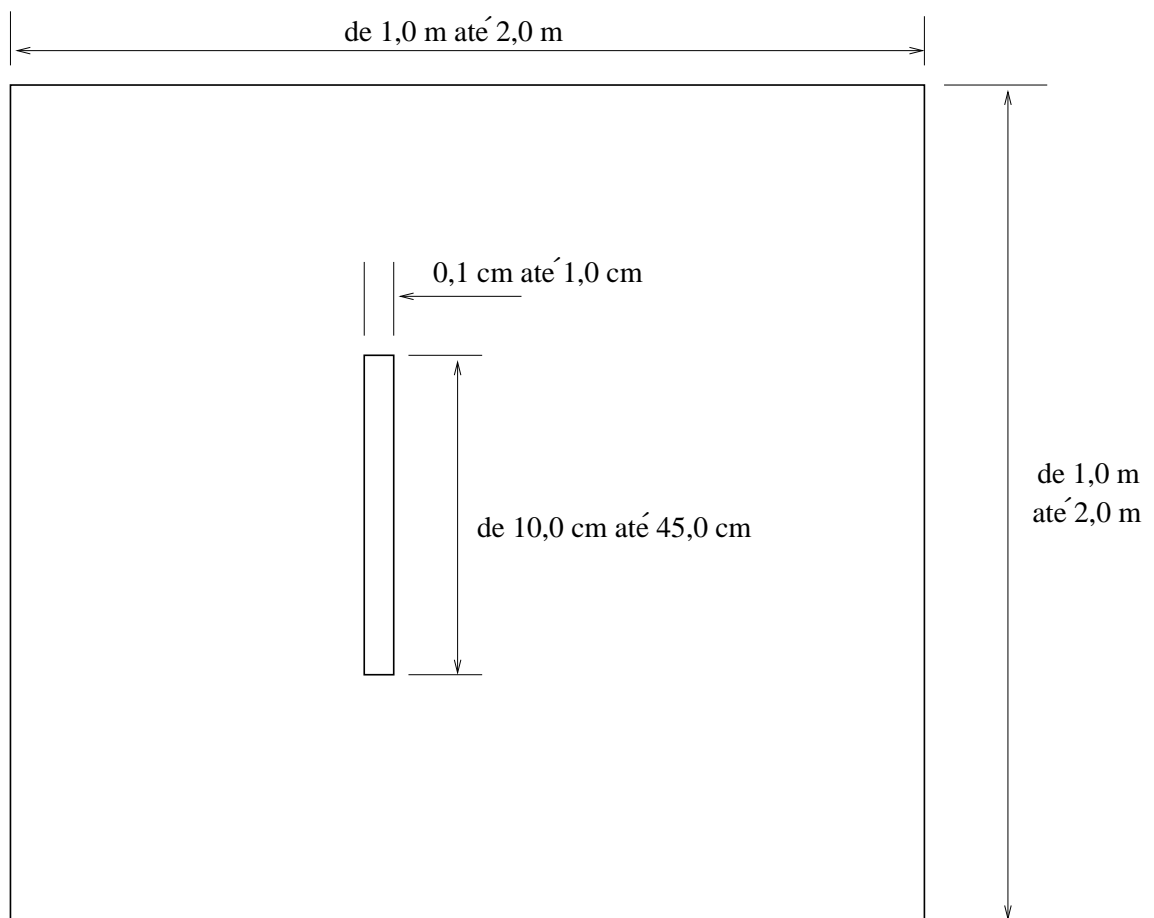


Figura 42: Esquema em corte do modelo computacional: dimensões do domínio.

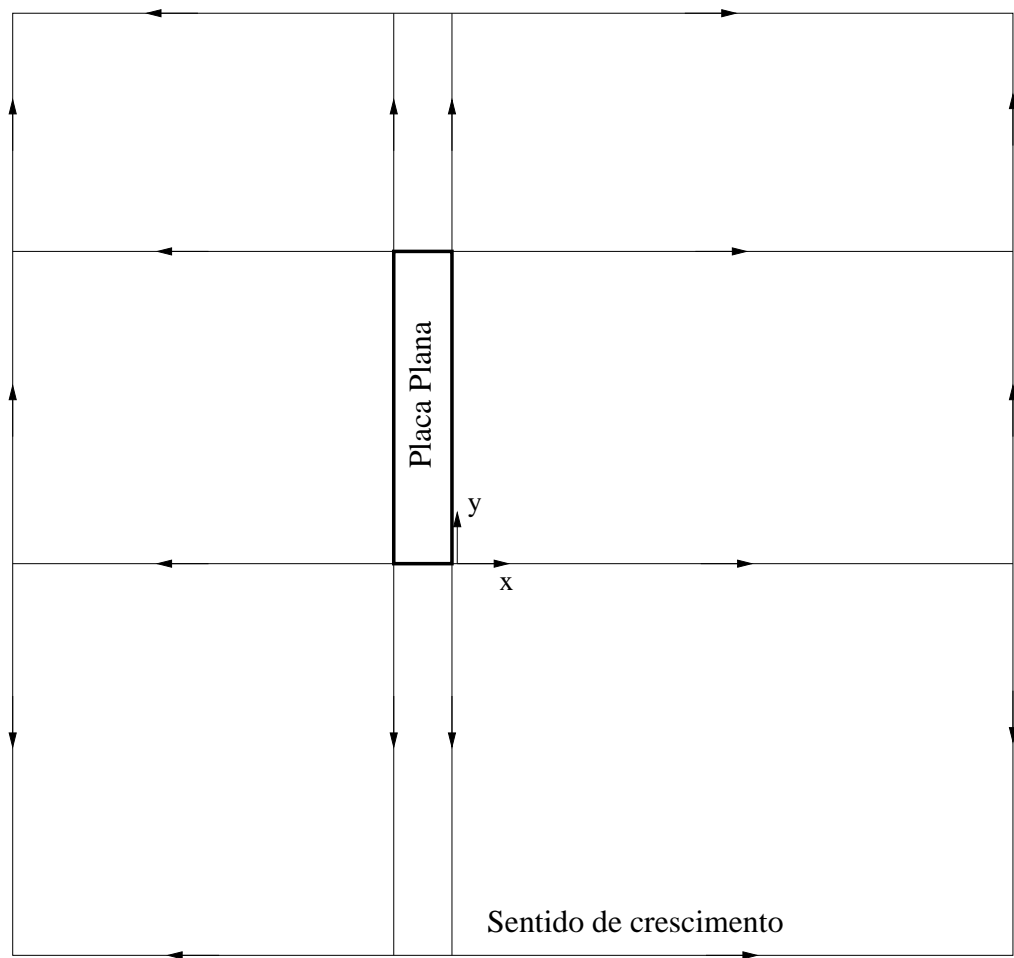


Figura 43: Esquema de crescimento da malha.

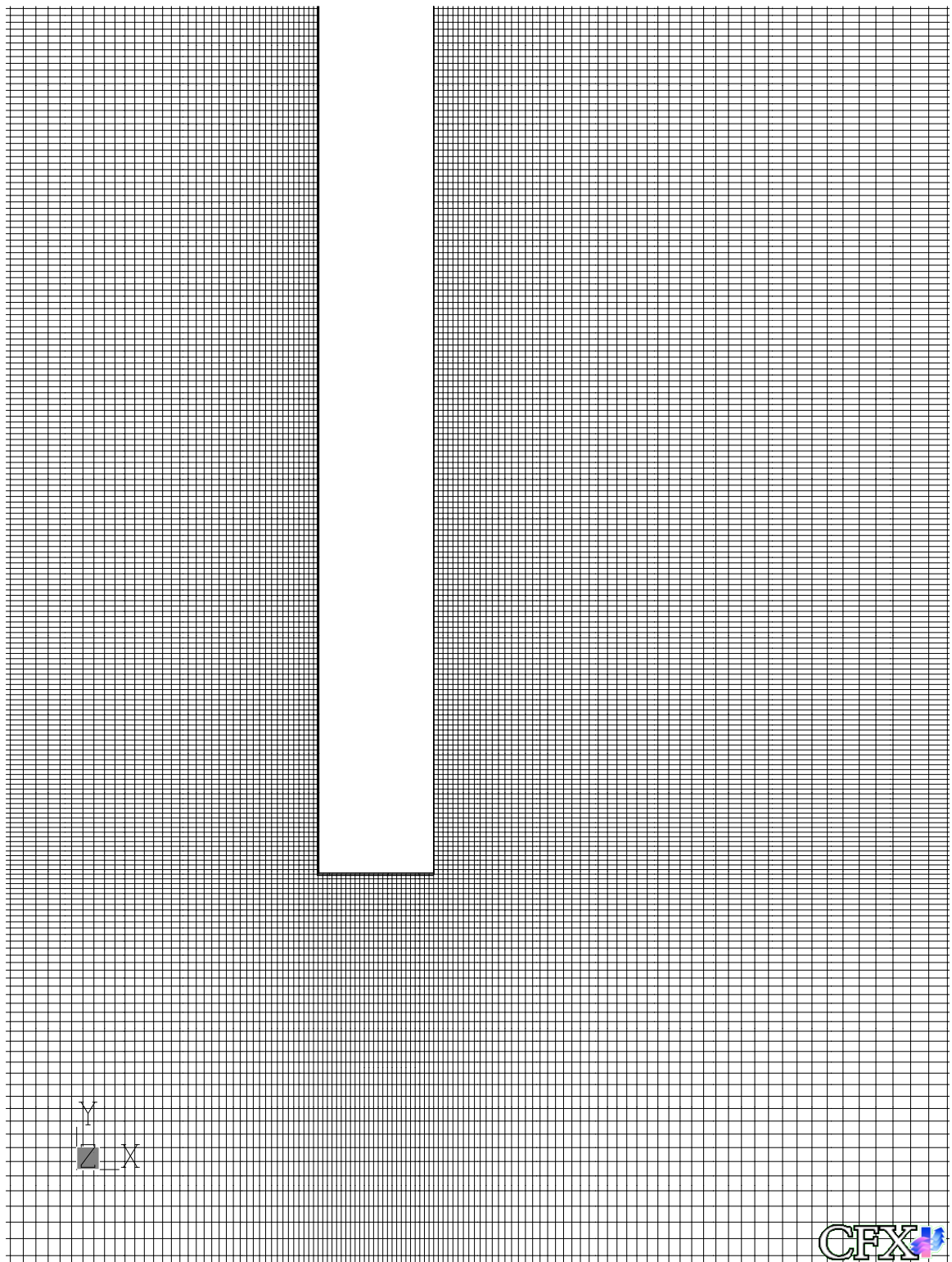


Figura 44: Detalhe da construção da malha. Em destaque a placa plana.

dos nós da malha.

A Fig. 44 ilustra a malha utilizada para a discretização do domínio computacional. Os volumes foram escolhidos hexaédricos retangulares numa malha cartesiana ortogonal. A placa aparece no centro com espessura de $s = 5 \text{ mm}$. O tamanho dos volumes de controle varia de $200 \mu\text{m}$, para próximo a parede e especialmente dentro da camada limite, até 2 cm numa região distante 90 cm da zona de flutuação.

A discretização escolhida para o domínio foi a malha refinada e o número de volumes hexaédricos gerados varia entre 180.000 (menor domínio) e 300.000 (maior domínio) volumes.

A Fig. 45 apresenta os resultados para diferentes graus de refino de malha. Verifica-se um distanciamento do resultado analítico quando se escolhe uma malha com volumes maiores. A malha dita como “muito grosseira” apresenta volumes da ordem de $10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$, fazendo com que nenhum volume de controle se localize integralmente no interior da camada limite (espessura 3 mm). Muito embora a convergência tenha sido alcançada (resíduo máximo $\sim 10^{-6}$), os resultados divergem da solução teórica apresentada por Ostrach [1952]. A malha refinada possui até 40 volumes no interior da camada limite, correspondendo a um tamanho do volume de controle de $0,2 \text{ mm} \times 0,2 \text{ mm} \times 1,0 \text{ mm}$. Os resultados estão de acordo com a solução analítica e portanto esta malha é recomendada para a discretização do domínio. Já uma malha intermediária com até 10 volumes na camada limite, fornece resultado levemente distanciando do analítico.

4.5 Condições de Contorno

A aplicação das condições de contorno define a solução do problema. Uma condição no contorno é uma restrição forte que impõem um valor específico para uma variável na fronteira do domínio e que vai repercutir por todo o domínio.

As condições de contorno aplicadas no problema estão mostradas na Fig. 53 apresentando as seguintes características:

- Pressão prescrita nas fronteiras abertas;
- Temperatura prescrita na placa plana e nas superfícies livres;
- Aderência nas parede (velocidade nula);
- Superfície adiabática nas paredes;

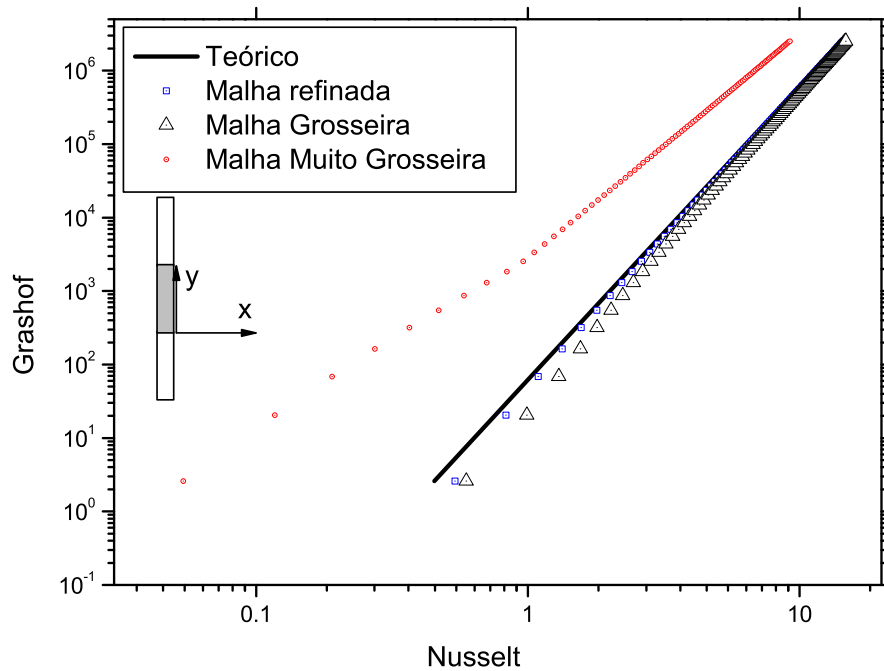


Figura 45: Nusselt local para diferentes discretizações da malha.

- Simetria na direção z ;

Muitos autores indicam que a prescrição da pressão deve ser aplicada, para o caso de convecção natural, suficientemente longe da região onde se quer estudar os efeitos de flutuação. Designa-se, dessa forma, o “far field” como: quão grande é o domínio e quão longe estão aplicadas as condições de contorno. Nos casos simulados o “far field” é de 6 vezes a altura da placa nas direções x e y , considerando uma placa com $15,0\text{ cm}$ de altura e 3 vezes para a placa com $30,0\text{ cm}$ de altura. A Fig. 47 mostra o quanto longe foram aplicadas as condições de contorno para o caso da placa livre. No caso de parede próximas o “far field” só existe em alguns sentidos.

Kettleborough [1972] evidencia o uso do “far field”, onde a aplicação das condições de contorno do tipo fraca (derivadas nulas) fica distante da região de real interesse cerca de 150 s , s definido pela Fig. 46, resultando em um tamanho do domínio considerável. A Fig. 46 exemplifica o modelo adotado por Kettleborough [1972]. Modelagem semelhante foi adotada neste trabalho, como pode ser visualizado na Fig. 47.

A Fig. 48 ilustra a condição de contorno aplicada na placa plana vertical. As condições de temperatura prescrita (T_{sup}) e aderência ($u = v = 0$) são aplicadas na região frontal

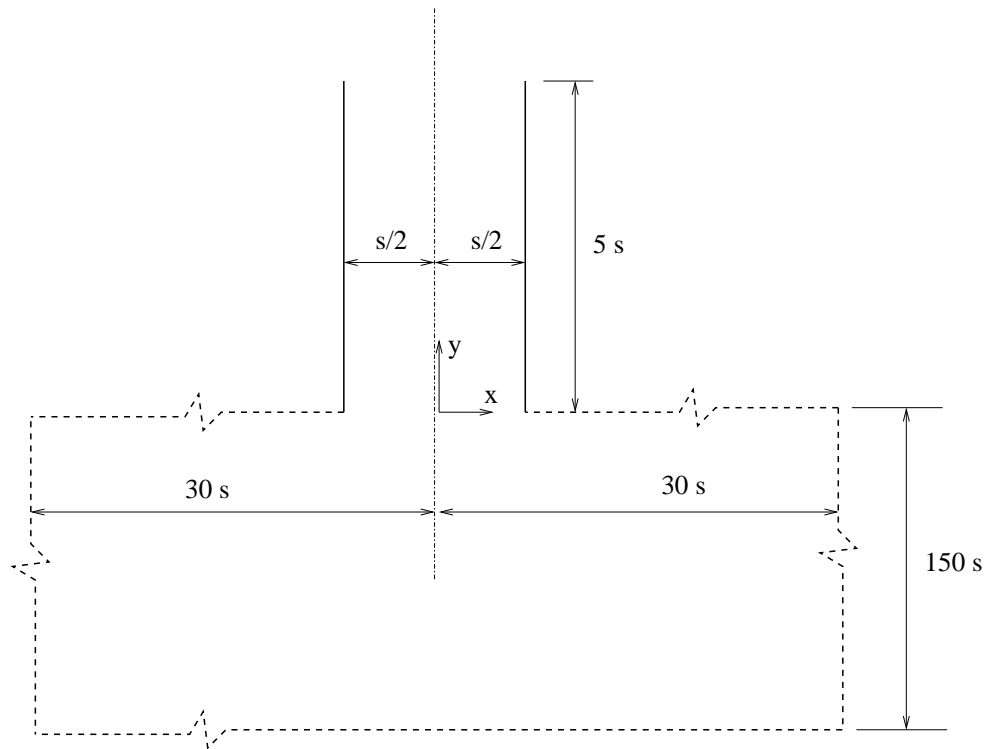


Figura 46: Exemplo de “far field” utilizado em Kettleborough [1972].

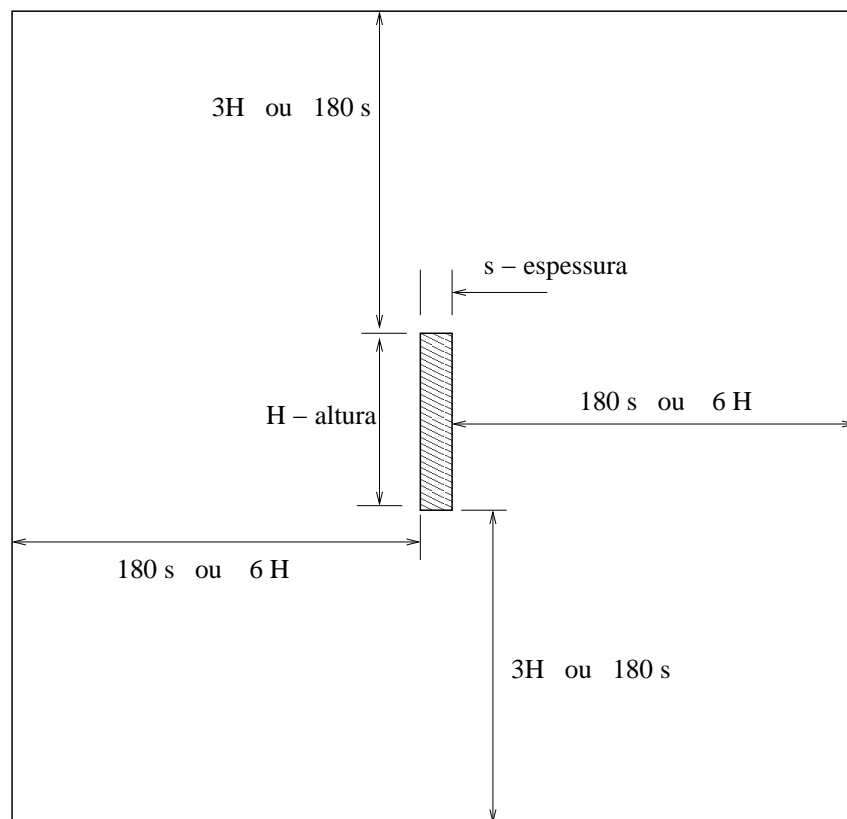


Figura 47: “Far field” utilizado neste trabalho.

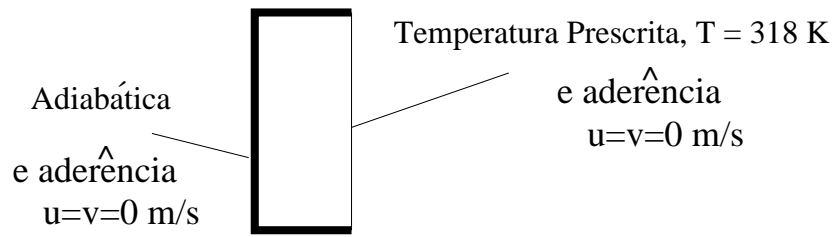


Figura 48: Esquema em corte da placa plana e condições de contorno aplicadas.

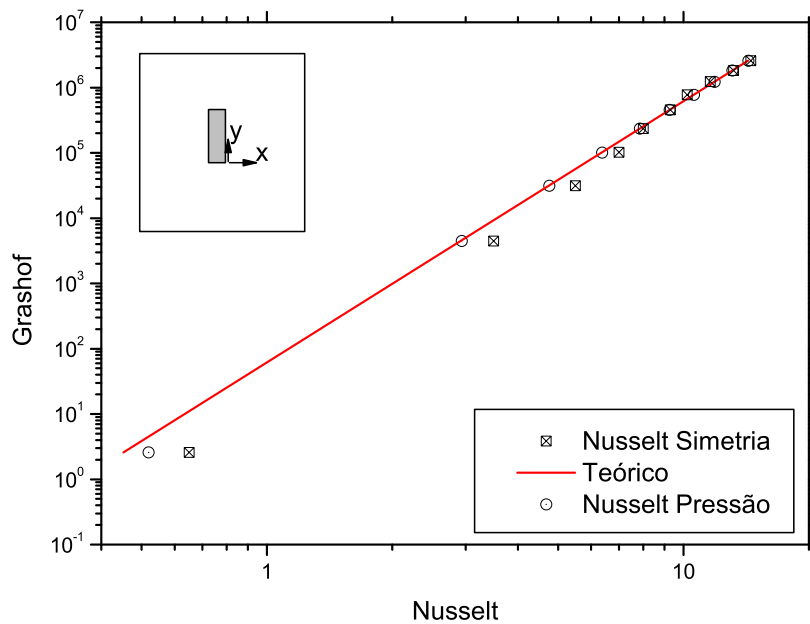


Figura 49: Variação do número de Nusselt em duas situações de condição de contorno: pressão prescrita e simetria, $H = 30 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

da placa plana. Já na região posterior é imposto condição de isolamento $\left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} = 0\right)$ e aderência ($u = v = 0$).

4.5.1 Condição de contorno de *pressão prescrita* \times *simetria*

Nas superfícies abertas à atmosfera a condição de simetria poderia substituir a condição de pressão prescrita. No entanto, a condição de contorno de simetria fornece um leve distanciamento dos valores teóricos para o coeficiente “h” e uma grande diferença na solução do campo de velocidades. A Fig. 49 mostra a variação do número de Nusselt (Nu) para duas situações: *pressão prescrita* nas fronteiras livres e outra de *simetria* nas mesmas.

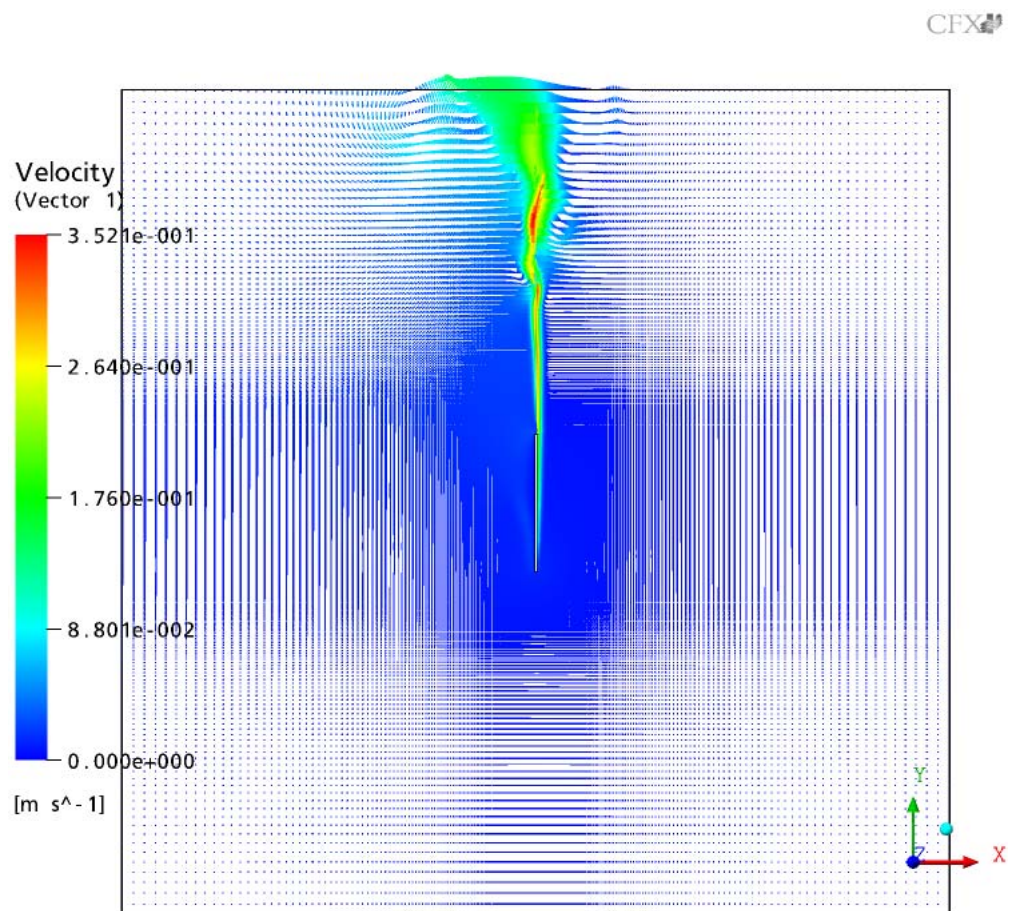


Figura 50: Campo de velocidades para condição de contorno de pressão prescrita, ao final do tempo de simulação.

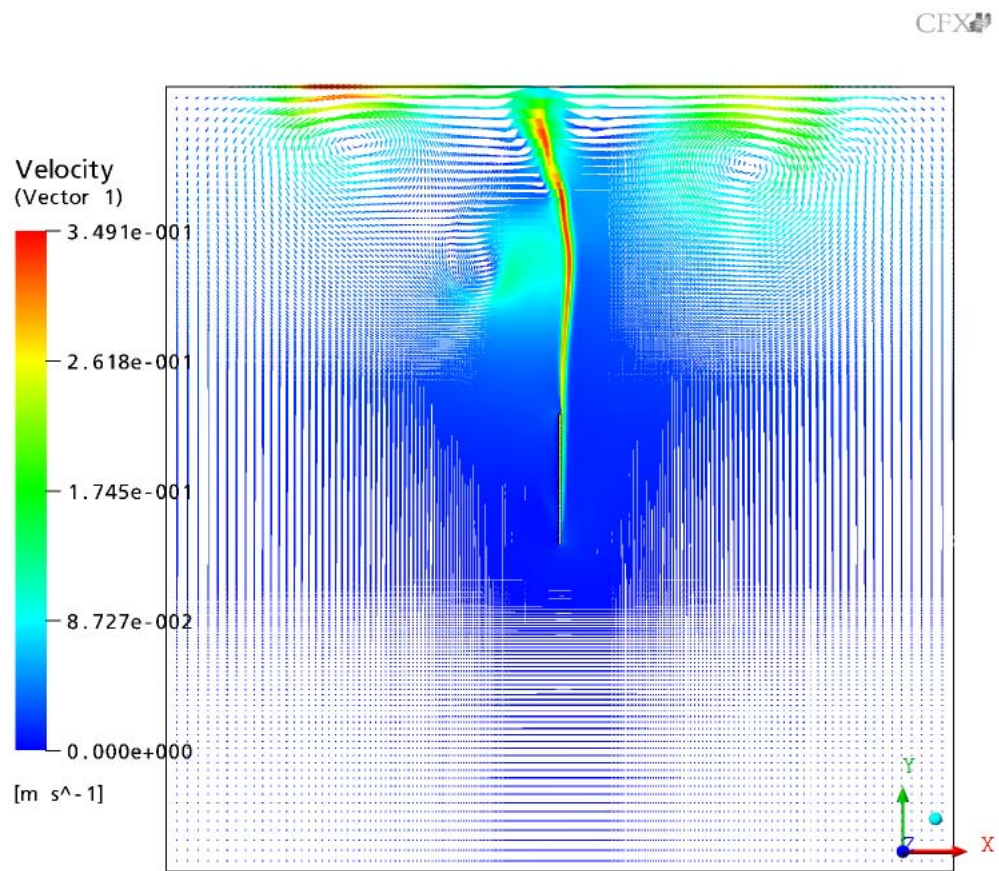


Figura 51: Campo de velocidades para condição de contorno de simetria, ao final do tempo de simulação.

Nos dois casos foram escolhidas as mesmas condições iniciais, espaçamento da malha, condições de operação ($\Delta T = 20\text{ K}$), propriedades do fluido, tempo total de simulação 15 s e passo de tempo ($\Delta t = 0,05\text{ s}$). As Fig. 50 e 51 mostram as diferenças no campo de velocidades quando se escolhe, apenas, condições de contorno diferentes: *Simetria* ou *Pressão Prescrita*.

No presente trabalho utilizou-se a condição de contorno de *pressão prescrita* em todas as simulações realizadas.

4.6 Comparação Numérico-Teórico

Para comparar os resultados do código numérico com o respectivo resultado teórico foi escolhido o caso da placa plana vertical isotérmica encastrada. Esta configuração é caracterizada neste trabalho como o caso de Ostrach, detalhado em Ostrach [1952]. Note que, há limitações pois a sua solução é válida apenas para regiões internas à camada limite térmica e hidrodinâmica. Este caso modelado por Ostrach [1952] é adotado como o caso modelo.

Na análise de Ostrach [1952] não é feita menção sobre a placa estar ou não encastrada, entretanto na interpretação do texto pôde-se chegar a esta conclusão uma vez que a placa encontra-se sem influências de bordas inicial e final. Na modelagem de Ostrach [1952] o que importa é qual a sua altura e diferença de temperatura. A Fig. 52 mostra a placa encastrada modelada como se ela fosse parte integrante de uma parede maior isolada.

A Fig. 53 ilustra a placa modelada computacionalmente, note que ela não possui espessura e é uma parte de uma superfície maior que se encontra isolada. A placa encastrada está hachurada e encontra-se a uma temperatura de T_{sup} maior que T_{∞} .

As condições de contorno adotadas são: *pressão prescrita* com pressão absoluta de 1 atm e temperatura prescrita de $25\text{ }^{\circ}\text{C}$, nas superfícies superior, lateral direita e inferior; *parede* com isolamento e aderência nas partes acima e abaixo da superfície hachurada; *parede* com temperatura prescrita e aderência na superfície hachurada e finalmente *simetria* nas superfícies indicadas para simular modelagem bidimensional, como exposto na Fig. 53.

Obteve-se sucesso na comparação entre os resultados teórico e os valores obtidos através da simulação, mostrado pelas Figs. 55 e 54. Apesar da pequena diferença, ainda pode-se admitir uma boa concordância entre os dois valores, indicando que o modelo computacional de placa encastrada é adequado.

A fig. 54 mostra a variação do número de Nusselt pontual em 10 pontos igualmente espaçados. O valor de Nusselt é inversamente proporcional a “y”, sua posição na placa, apresentando

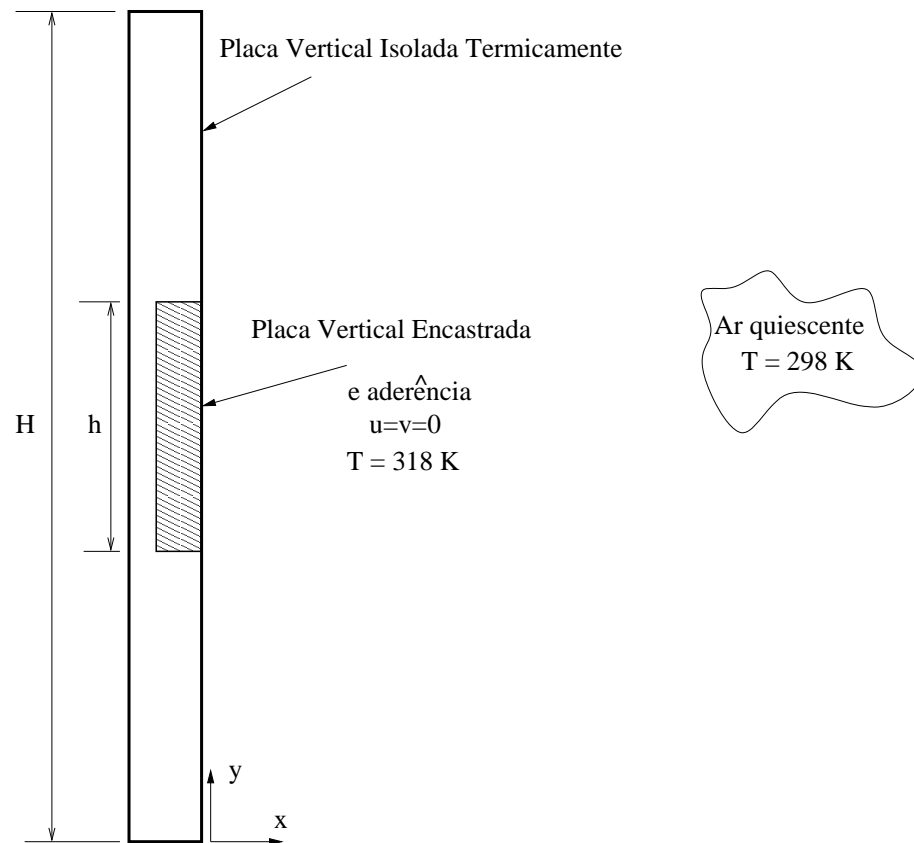


Figura 52: Modelagem de placa plana utilizada por Ostrach [1952].

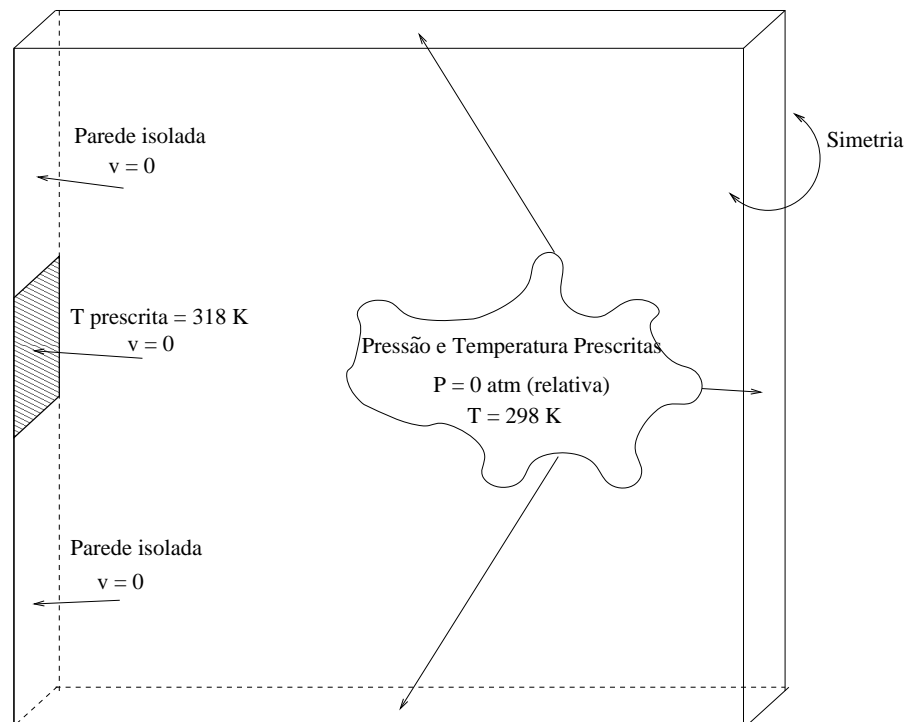


Figura 53: Modelagem computacional da placa encastrada.

comportamento inverso ao coeficiente de troca “h”.

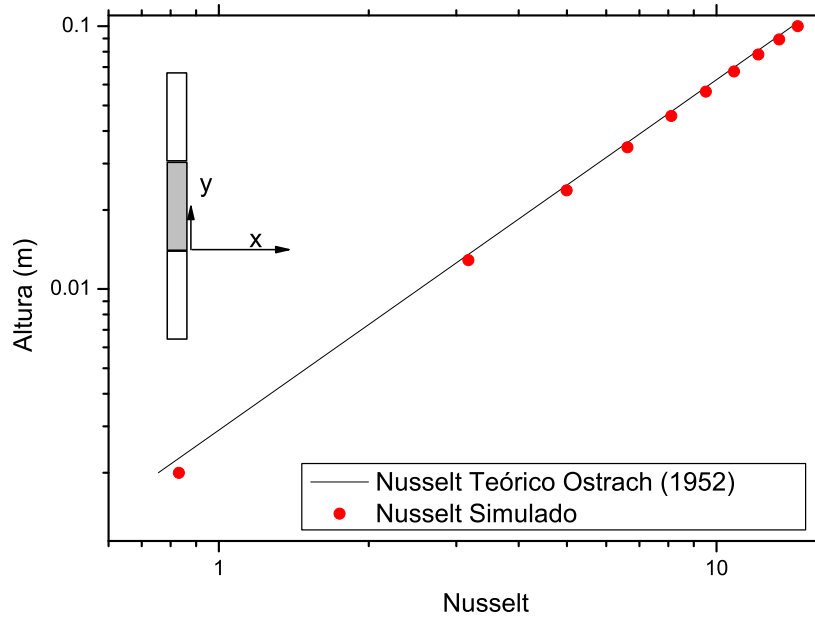


Figura 54: Variação do número de Nusselt médio no caso da placa encastrada isotérmica.

A Fig. 55 mostra o comportamento do coeficiente de troca “h” com a altura “y” da placa encastrada. Percebe-se a concordância entre os valores e o decaimento do coeficiente em função da altura. A pequena diferença dos valores no início da placa indica que o modelo computacional de placa encastrada difere levemente do modelo proposto por Ostrach [1952]. Note que o número de Nusselt (Nu) aumenta com a altura, uma vez que a relação $\frac{Nu}{h} = \frac{y}{k_{ar}}$ o deixa diretamente proporcional à altura ao contrário do coeficiente “h”.

A Tab. 5 apresenta os valores do número de Nusselt para comparação entre os resultados teóricos e simulados.

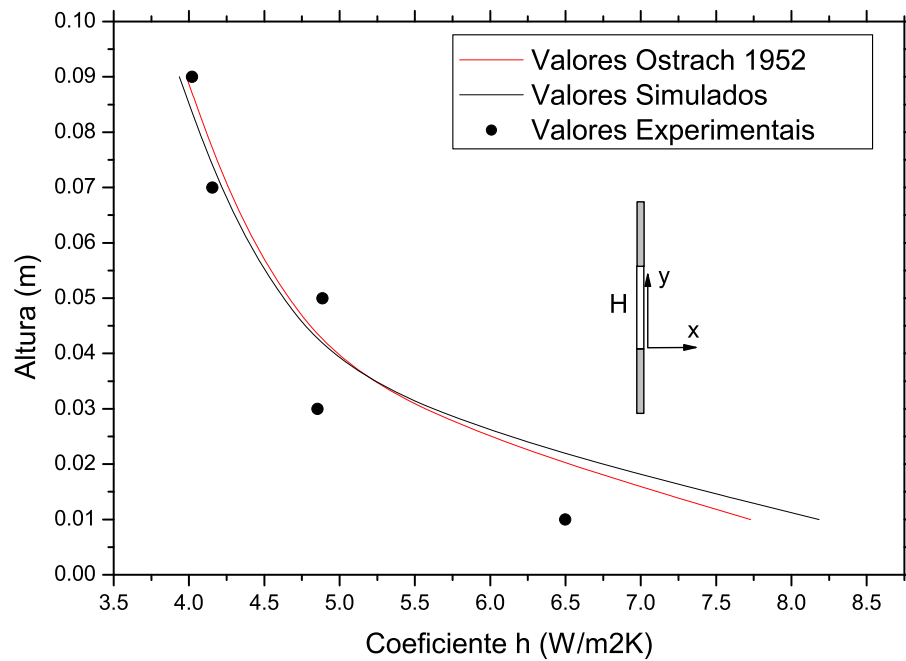


Figura 55: Variação do coeficiente de troca "h" para o caso da placa encastrada isotérmica.

Tabela 5: Valores do coeficiente de troca de calor para comparação entre valores da simulação e resultados Teóricos

Altura (cm)	Simulado $\left(\frac{W}{m^2K}\right)$	Ostrach [1952] $\left(\frac{W}{m^2K}\right)$	Experimento $\left(\frac{W}{m^2K}\right)$
9	8,2	7,7	6,5
7	5,2	5,1	4,7
5	4,7	4,75	4,7
3	4,2	4,3	4,2
1	3,9	4,0	4,1

5. AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

Os resultados apresentados nesta seção são provenientes da experimentação e simulação numérica de uma placa metálica vertical isotérmica e aquecida frontalmente em diferentes configurações. As possíveis configurações são obtidas através da aproximação da placa plana aquecida a uma parede vertical, a uma base horizontal ou de ambas as paredes. O caso da *placa livre* é uma referência para a troca de calor sem as perturbações provocadas pelas aproximações e o caso da *placa encastrada* serve de comparação dos modelos experimental e computacional com os resultados teóricos obtidos por Ostrach [1952].

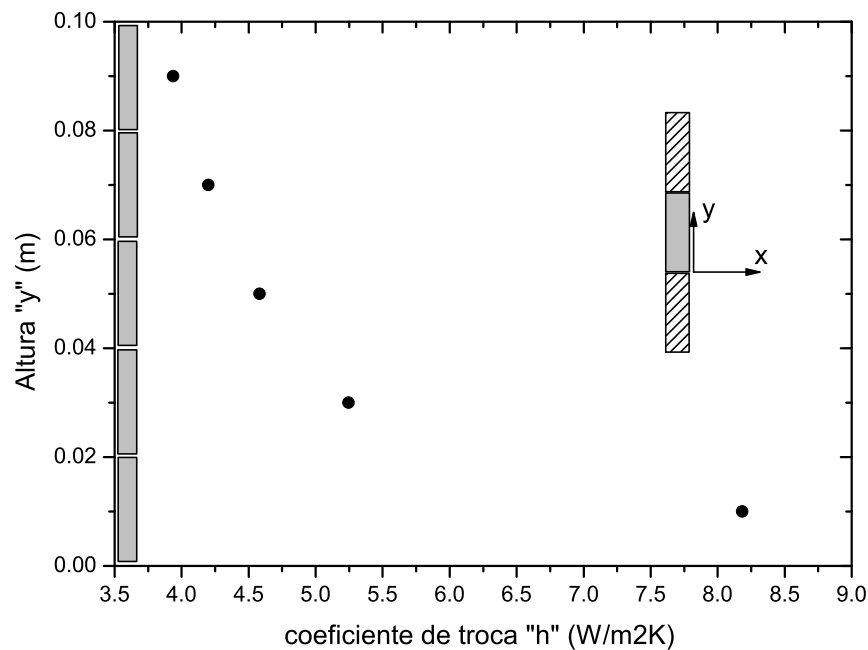


Figura 56: Variação do coeficiente “h” para o caso da placa encastrada isotérmica com $H = 15,0 \text{ cm}$ e $\Delta T = 20 \text{ K}$.

Os gráficos apresentam a variação do número de Nusselt (Nu). O $\Delta T = 20 \text{ K}$ foi o escolhido para a realização dos experimentos em bancada experimental. Na experimentação, a

escolha de um ΔT menor, $\Delta T = 5\text{ K}$ por exemplo, provocaria uma menor força de flutuação, uma menor aceleração do fluido resultando num menor efeito da proximidade não permitindo a rápida visualização do efeito desejado. Por sua vez, a escolha de um ΔT maior, $\Delta T = 40\text{ K}$ por exemplo, provocaria outros efeitos tais como aquecimento excessivo do ar interno a caixa protetora, bem como maiores perdas por outras formas de transferência de calor e possibilidade de fugas de calor para o isolamento traseiro da placa plana, gerando um efeito convectivo por diferença de temperatura na região entre a placa e a parede posterior vertical.

A Fig. 56 mostra a variação do coeficiente de transferência de calor por convecção natural $h \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \right)$ com a altura $y \text{ (m)}$. No eixo vertical encontra-se a representação gráfica dos fluxímetros e no eixo horizontal o valor do coeficiente. Percebe-se que h diminui na medida que y cresce. Este comportamento se deve ao aquecimento do gás na medida que ascende na placa.

5.1 A Mudança no Escoamento

A influência das superfícies vizinhas é tal que modifica o escoamento nas proximidades da placa vertical aquecida. Principalmente na região de entrada da placa plana, na borda de ataque é onde se verifica uma mudança importante.

No caso de placa plana longe de qualquer vizinhança, configurando-se uma placa livre, o fluxo de ar ascende e se divide em duas partes. A Fig. 57 mostra o campo de velocidades próximo a placa. O campo de temperaturas é mostrado pela Fig. 58. Todo o movimento de ar, indicado pelos vetores velocidade, foi ocasionado pelo empuxo gerado pelo ΔT imposto na região frontal. Na região interna a camada limite o fluido é acelerado e o movimento fora da camada limite existe para garantir a conservação da massa. Desta forma, o movimento de fluido na parte de trás da placa aquecida é pequeno por causa do empuxo ocorrido na parte frontal. Nesta dissertação define-se o escoamento ao redor da “placa livre” como escoamento não perturbado por superfícies vizinhas. Por sua vez, o escoamento perturbado é aquele que existe quando aproximamos a placa livre de superfícies vizinhas, conforme mostrado pela Fig. 59.

Quando duas superfícies são aproximadas à placa plana, tanto o escoamento quanto o campo de temperaturas ficam modificados, conforme Figs. 59 e 60. Note que na Fig. 59 as linhas esquerda e inferior indicam a presença de superfícies modeladas como “parede” pelo software ANSYS-CFX 10.0. Esta condição de contorno restringe o escoamento forçando o movimento confinado em um canal.

A alteração no escoamento promove uma modificação significativa na troca térmica, pelo

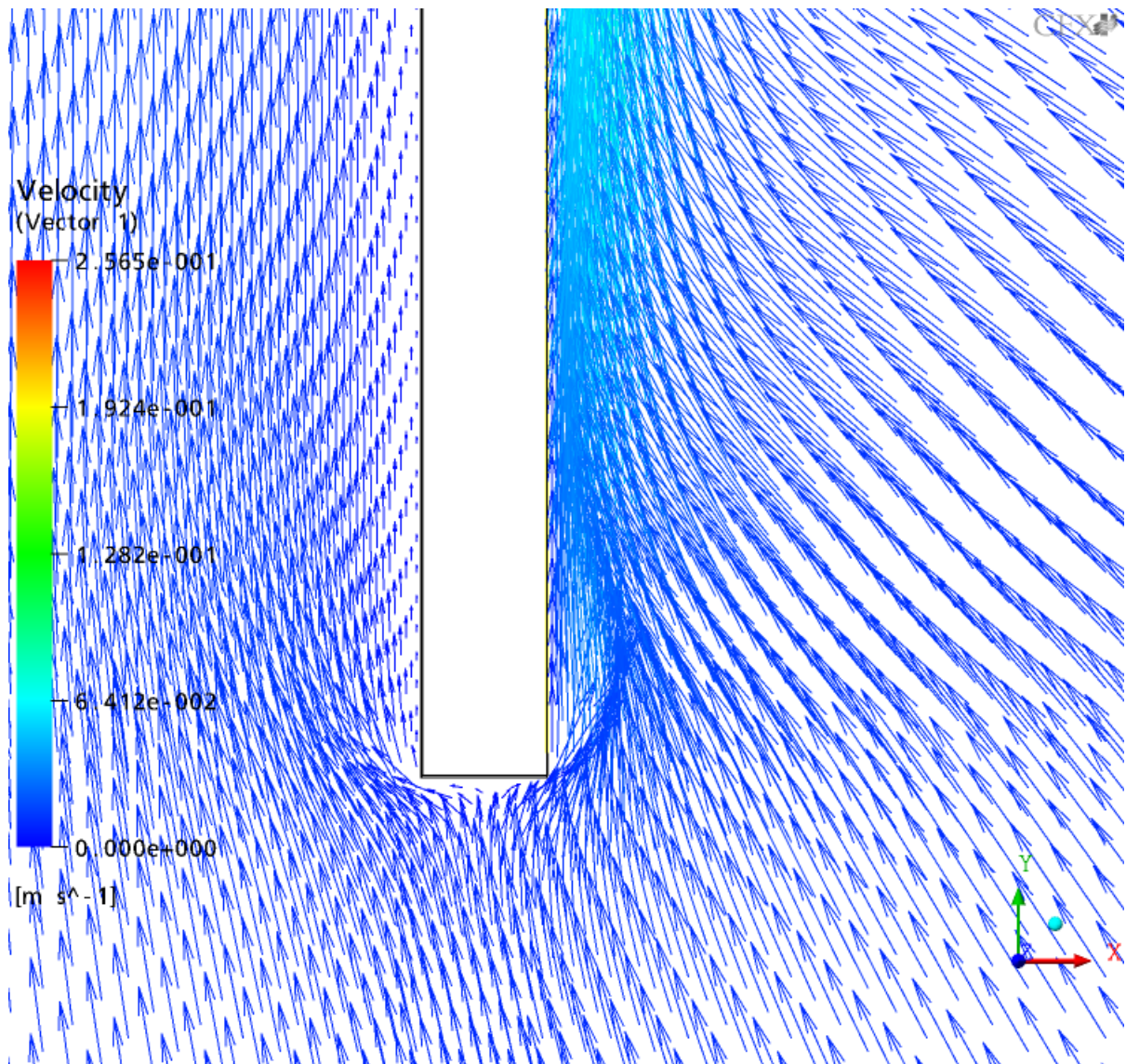


Figura 57: Escoamento próximo à placa livre, $H = 15,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

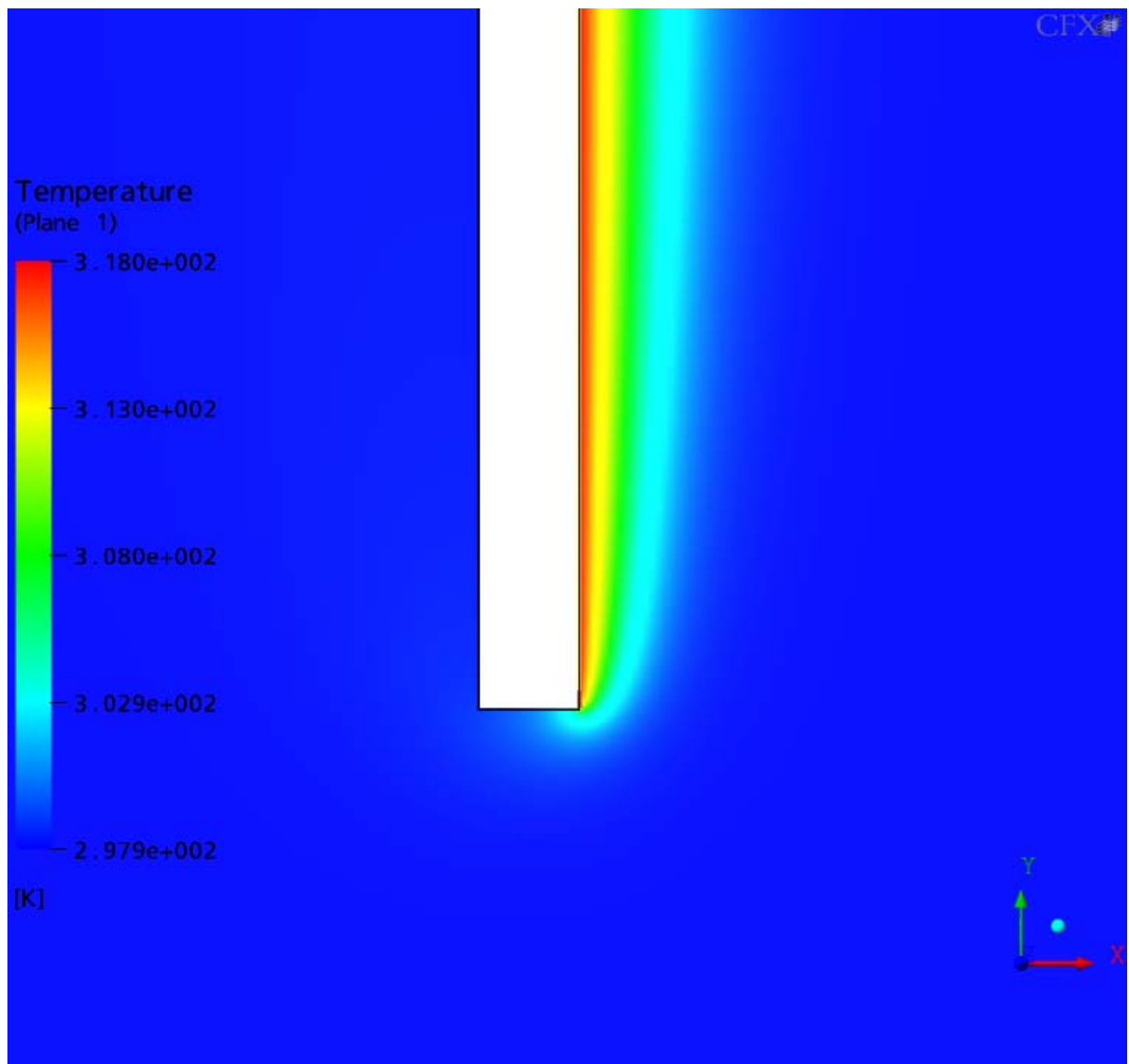


Figura 58: Campo de temperatura do ar no escoamento não perturbado próximo à placa livre, $H = 15,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

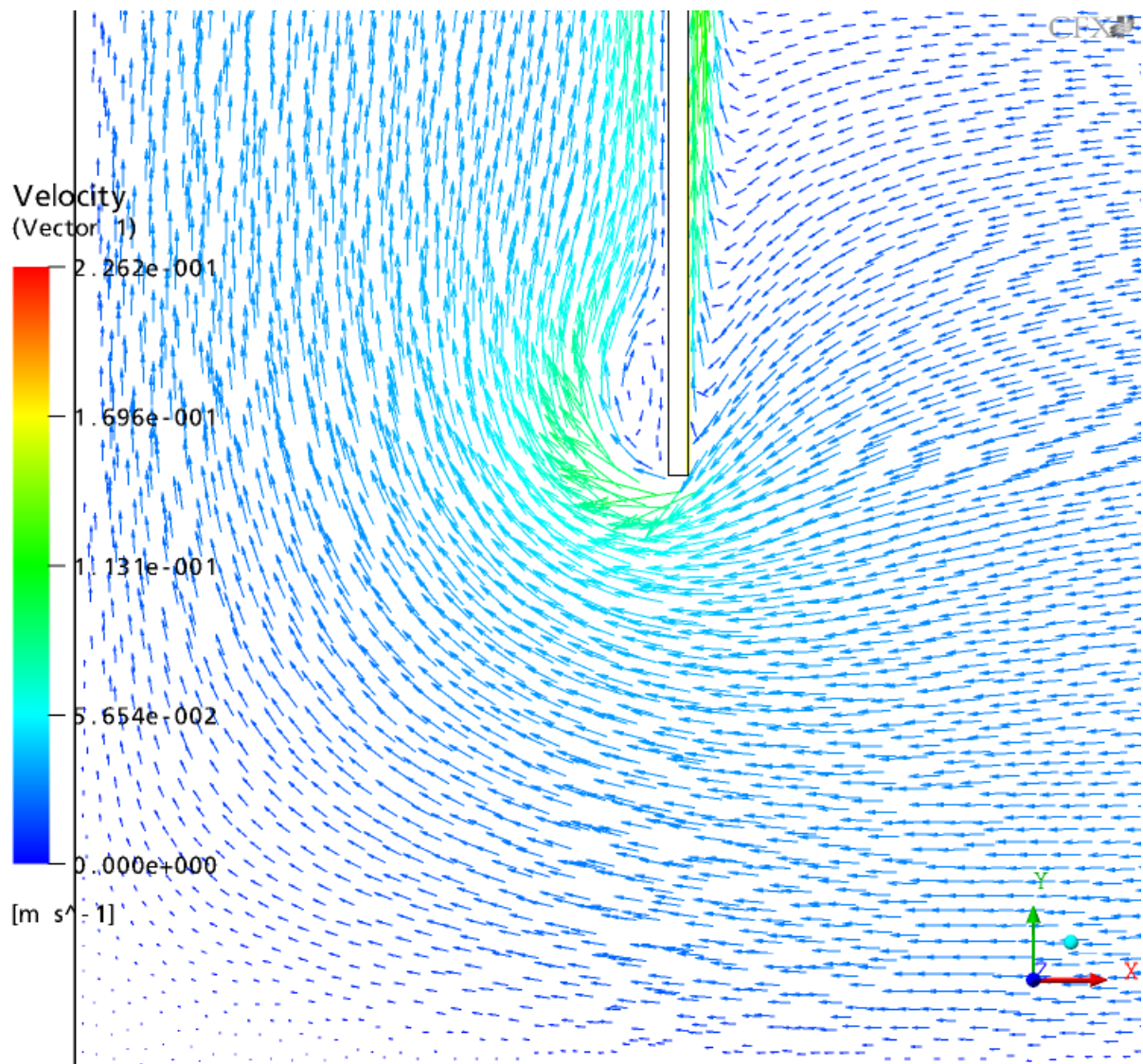


Figura 59: Escoamento perturbado por superfícies vizinhas, $a = 15,0 \text{ cm}$, $b = 15,0 \text{ cm}$, $H = 15,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

menos nos 5 cm iniciais, com maior variação do sinal dos fluxímetros.

Na Fig. 61 está a variação do coeficiente de troca térmica em função da altura da placa plana vertical isotérmica. O gráfico indica uma alteração na troca térmica quando a placa se aproxima de uma superfície vertical posterior vizinha. A placa de $H = 15 \text{ cm}$ de altura está à 1 cm da parede vertical.

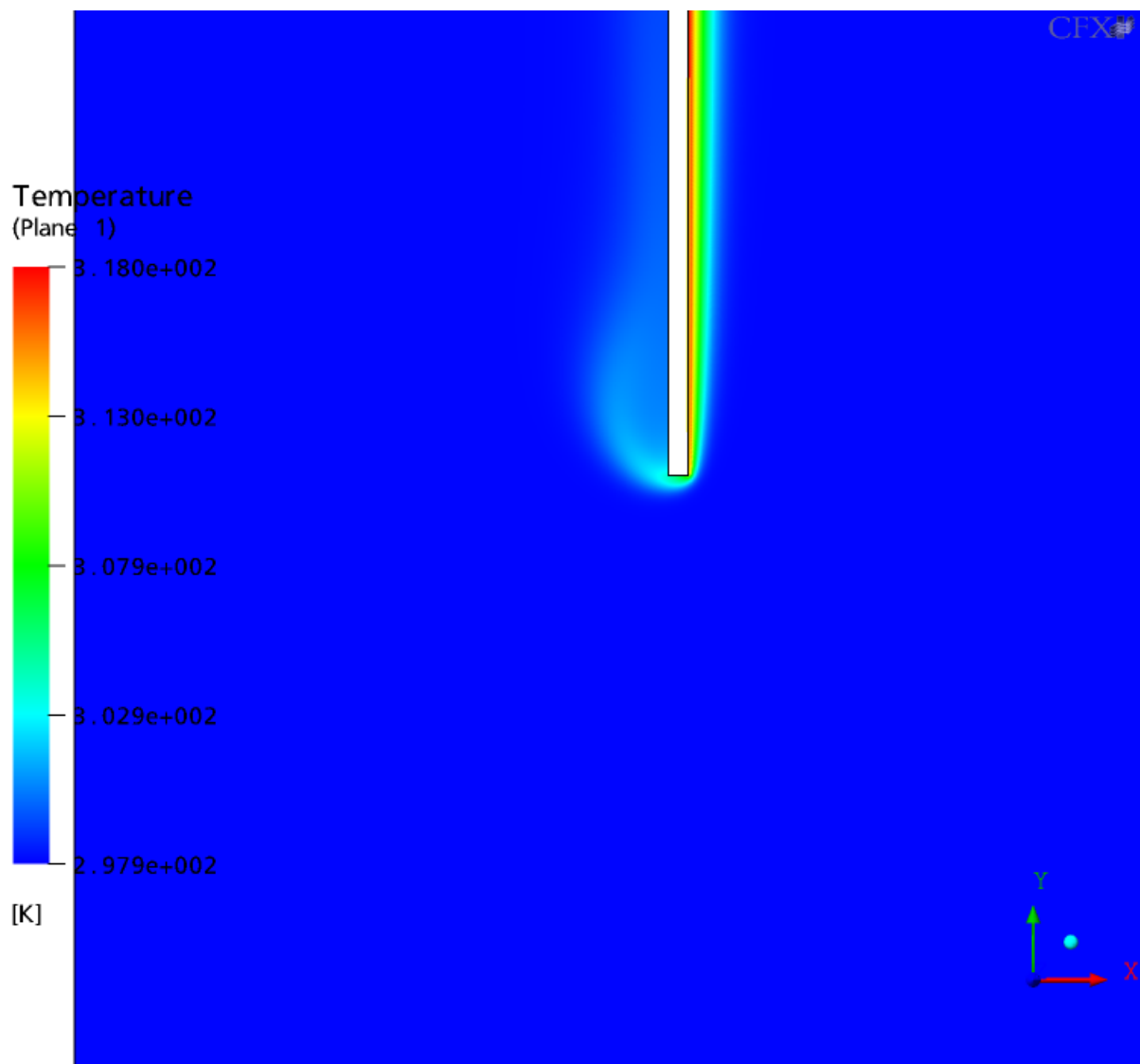


Figura 60: Campo de temperatura do ar no escoamento perturbado pelas superfícies vizinhas, $a = 15,0 \text{ cm}$, $b = 15,0 \text{ cm}$, $H = 15,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

5.2 O Aumento da Temperatura na Face Posterior do Isolamento

Esse trabalho consiste na análise de uma placa vertical aquecida em apenas uma das faces. Dessa forma a face posterior da placa foi isolada por uma placa de EPS, com 25 mm de espessura. Nessa seção é apresentada uma análise da elevação da temperatura na face posterior da placa, que pode gerar um movimento convectivo indesejável nesse estudo. Utilizou-se, novamente, o software EES - Engineering Equation Solver para solucionar um modelo unidimensional. Com o modelo de resistências equivalentes pode-se prever a qual temperatura se eleva a face de isolante mediante um fluxo de calor imposto pela resistência.

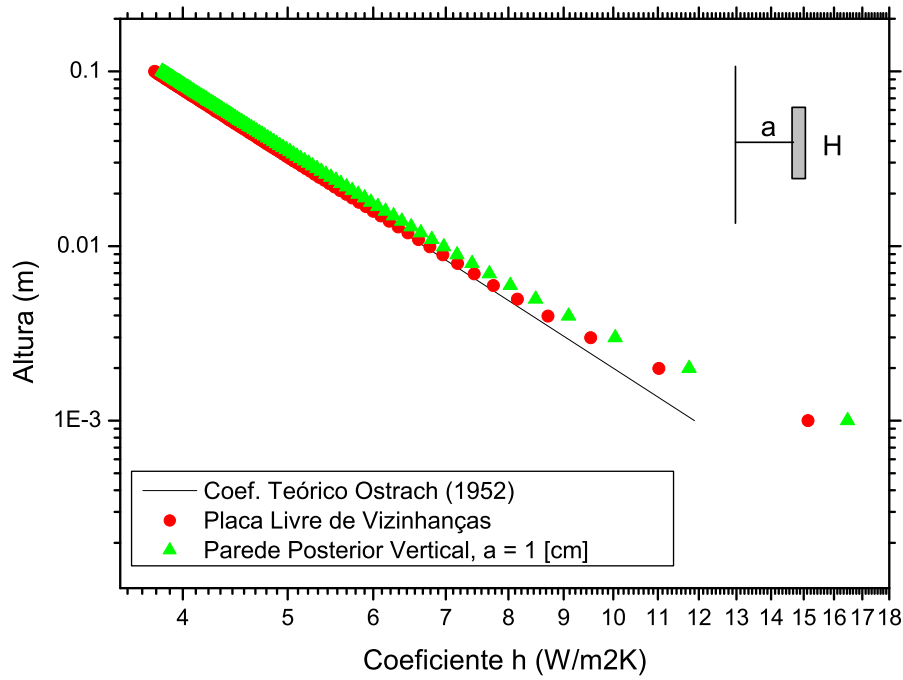


Figura 61: Comparativo entre o coeficiente convectivo “h” na placa livre e com superfícies próximas, $H = 15,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

O conjunto de equações assim dispostas pela Eq. 5.1 é a modelagem das resistências equivalentes apresentadas na Fig. 62.

$$q_{conv} = \frac{(T_{sup} - T_{\infty})}{\frac{1}{h}},$$

$$P = q_{conv} + \frac{(T_i - T_B)}{\frac{L}{\bar{K}}},$$

$$\frac{(T_i - T_{sup})}{\frac{l}{\bar{k}}} + \frac{(T_i - T_B)}{\frac{L}{\bar{K}}} = P, \quad (5.1)$$

$$\frac{(T_{sup} - T_{\infty})}{\frac{1}{h}} = \frac{(T_{sup} - T_i)}{\frac{l}{\bar{k}}}.$$

A Fig. 62 mostra a modelagem de uma porção da placa plana de comprimento equivalente

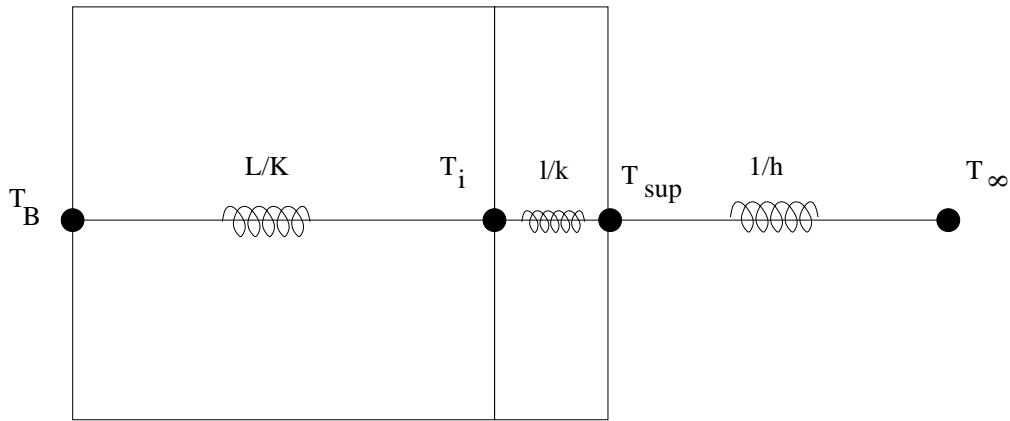


Figura 62: Modelagem por resistências equivalentes do aquecimento posterior.

a um fluxímetro, cerca de 20 mm . Discretizou-se de maneira simples tomando-se três pontos principais. T_B representa a temperatura na face externa do isolante. T_{sup} a temperatura superficial e T_i a temperatura na interface placa-isolante. Não foi adotado modelo para resistência térmica de contato uma vez que sem essa resistência a modelagem prevê um maior fluxo de calor perdido para o isolante, aumentando mais ainda a temperatura naquela face.

Utilizando-se um coeficiente de troca (h) de $6,72 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$, 20 mm de EPS, temperatura do ar de 25°C , e um ΔT de 20 K , o acréscimo de temperatura, com base no sistema de equações 5.1, (ΔT) na face posterior foi de apenas $0,01\text{ K}$. Trata-se de um valor muito pequeno, incapaz de induzir movimento convectivo.

Para uma placa com altura igual a 150 mm , é necessário uma diferença de temperatura de $0,06\text{ K}$ para haver início de convecção, segundo aplicação da Eq. 2.26. Portanto, não é de se esperar que movimentos de ar no interior do canal sejam oriundos da força motriz de flutuação com variação densidade em função da temperatura. Conclui-se que o isolamento é adequado e o movimento de ar no interior do canal é proveniente do arraste viscoso que existe quando ar, aquecido, deixa a placa plana vertical.

5.3 Influência da Espessura da Placa

Com o objetivo de avaliar a influência da espessura da placa isotérmica vertical no coeficiente de transferência de calor por convecção natural, foi realizada a simulação de diferentes valores da espessura. A Fig. 63 ilustra as diferentes espessuras que foram objeto de simulação.

As condições de contorno, bem como condições iniciais e os parâmetros de simulação foram reproduzidos para todos os casos e somente a espessura da borda foi modificada. A Fig. 64 mostra o número de Nusselt variando em função da altura na placa “y”. Percebe-se

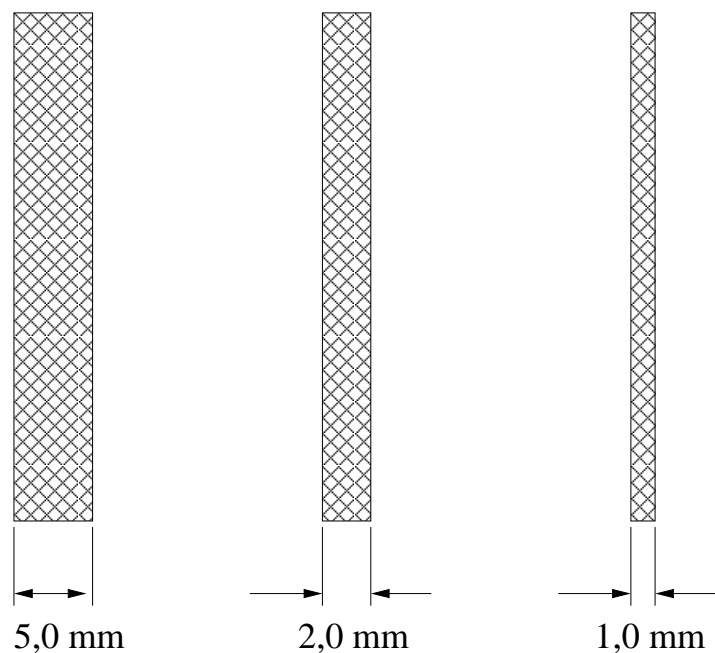


Figura 63: Diferentes espessura da placa plana vertical isotérmica.

que há pouca variação do parâmetro quando se utiliza para simulação espessuras de 1 *mm*, 2 *mm* e 5 *mm*. No caso teórico Ostrach [1952] não faz referência à espessura da placa, pois está interessado em resolver o problema para o que acontece no interior da camada limite, térmica e hidrodinâmica. Por outro lado, no caso real se tem a limitação física de não conseguir espessuras muito delgadas. A espessura de 5 *mm* foi a escolhida por ser a espessura da placa plana de alumínio utilizada.

As simulações referentes aos resultados da Fig. 64 consideram a placa vertical isotérmica livre de influências de superfícies próximas, o caso da placa Livre.

5.4 Influência da Altura da Placa

Quanto maior é a altura da placa plana maior será o comprimento em que o fluido é acelerado. Essa aceleração é diretamente proporcional ao gradiente de temperatura, à aceleração gravitacional e inversamente à temperatura média, como pode ser visto na Eq. 4.1. Por outro lado, o fluido, ao aquecer-se, diminui o seu gradiente de temperatura entre a placa por estar em contato com a placa aquecida.

Com uma maior quantidade de movimento do fluido ao deixar a placa, maior será o arraste viscoso proporcionado e por sua vez “arrastará” com mais intensidade o fluido que se localiza atrás da placa. Mais porções de fluido se perturbarão na sua frente (placa) provocando maior troca de calor. Por isso a altura da placa influencia no arraste do fluido e portanto no coeficiente

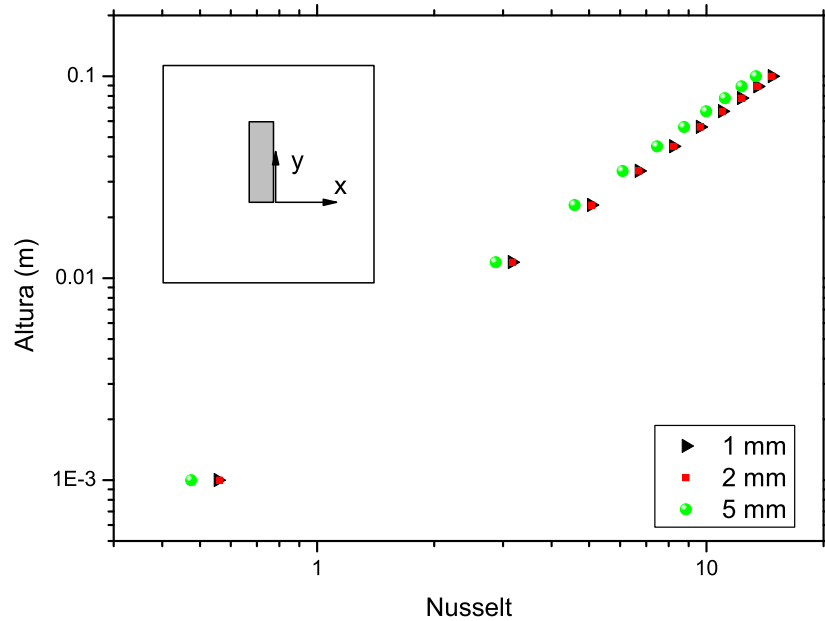


Figura 64: Variação do número de Nusselt para diferentes espessuras da placa plana, $H = 15\text{ cm}$ e $\Delta T = 20\text{ K}$.

de troca “h”.

Foram simuladas geometrias com placas planas possuindo alturas diferentes tais como: $15,0\text{ cm}$, $30,0\text{ cm}$ e $45,0\text{ cm}$, os resultados encontram-se na Fig. 65.

A Fig. 65 mostra uma relação entre Nusselt médio, \overline{Nu} , e a altura da placa nos 10 cm iniciais. O valor médio do número de Nusselt nos 10 cm iniciais varia em função da altura da placa, pelo menos é o que a simulação do caso da placa livre indica. Apesar da teoria prever que \overline{Nu}_{0-L} , Eq. 5.2, é independente da altura total da placa, observa-se um ligeiro aumento do valor de Nusselt médio em função da mesma.

$$\overline{Nu}_{0-L} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu(y) \quad (5.2)$$

A altura da placa plana também influencia o espaçamento ótimo para a máxima troca térmica da placa isotérmica perante superfícies próximas. Em uma placa de maior altura espera-se que o espaçamento ótimo seja mais distante das superfícies vizinhas. No entanto, com uma placa com altura menor essa distância, para melhor troca de calor, seria menor.

O efeito da altura de placa também pode ser visto na Fig. 66 onde é mostrado que quando

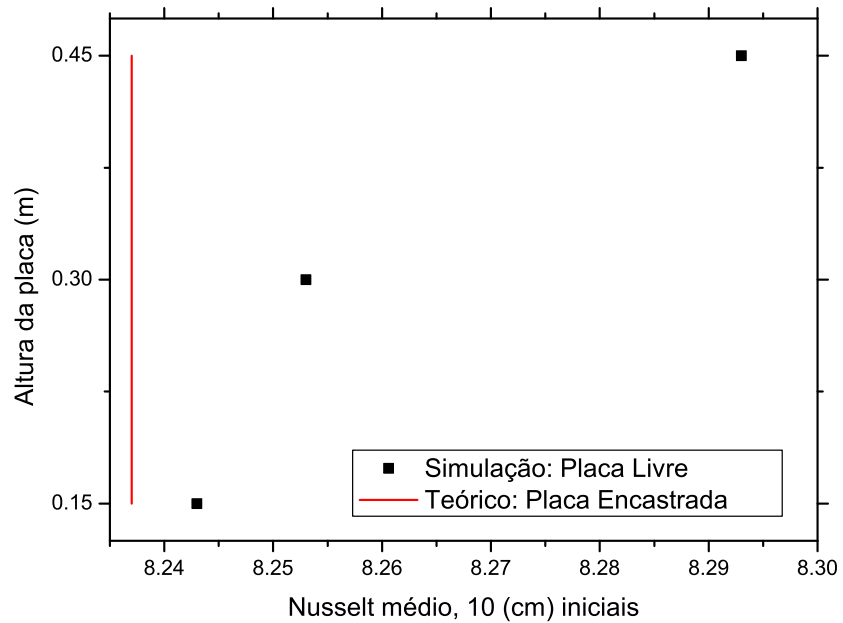


Figura 65: Variação do número de Nusselt para três espessuras de placa diferentes.

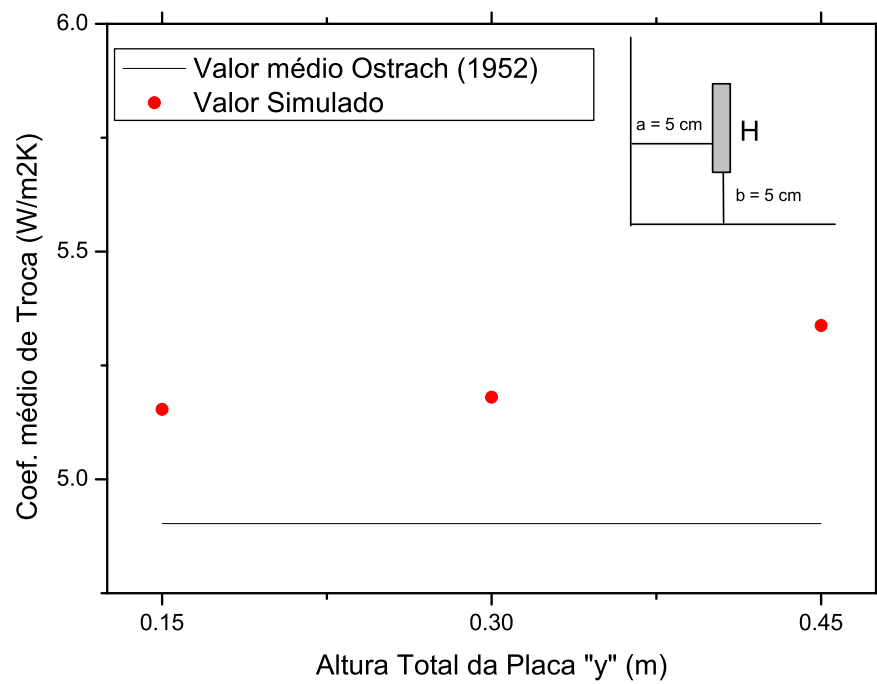


Figura 66: Variação do coeficiente de troca “h” em função da aproximação simultânea de uma parede posterior vertical e parede horizontal inferior e em função da altura total da placa aquecida, $\Delta T = 20\text{ K}$.

se varia a altura de placa, para uma aproximação simultânea das superfícies vizinhas $a = 5 \text{ cm}$ e $b = 5 \text{ cm}$, se varia também a troca térmica encontrando-se valores maiores do coeficiente para maiores valores da altura da placa.

A Fig. 67 representa a variação do coeficiente de troca “h” mediante aproximação de uma parede vertical adiabática posterior para as três alturas totais de placa plana, $H = 15 \text{ cm}$, $H = 30 \text{ cm}$ e $H = 45 \text{ cm}$. Percebe-se que quanto maior a altura da placa, maior é o aumento no coeficiente de troca mediante a aproximação da superfície vizinha. Isso era esperado uma vez que o fluido é por mais tempo acelerado na placa de maior altura, $H = 45 \text{ cm}$, deixando um arraste viscoso maior na região do canal.

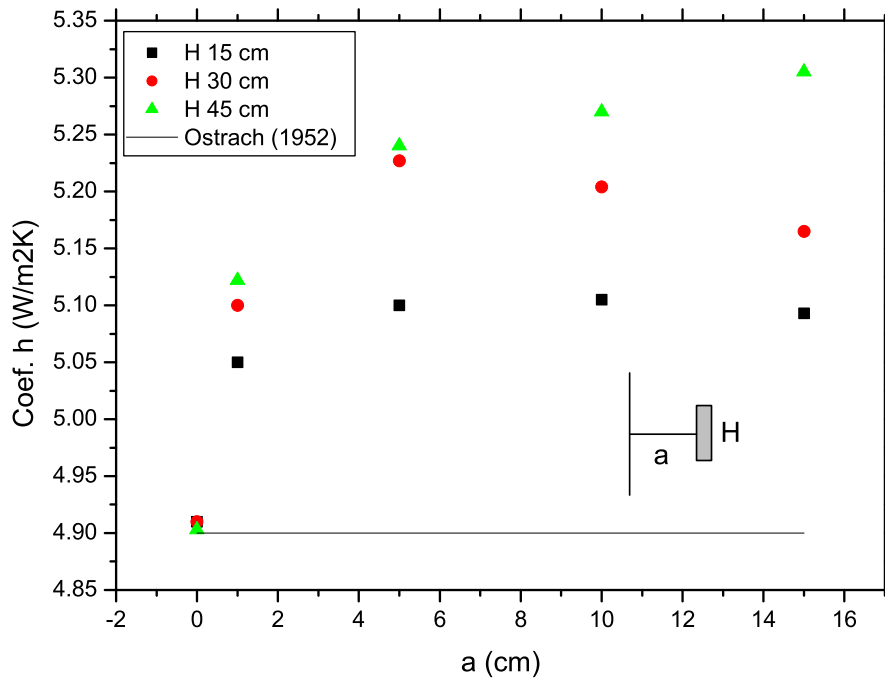


Figura 67: Variação do coeficiente de troca “h” em função da aproximação de uma parede posterior vertical, e em função da altura total da placa aquecida, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

A Fig. 67 indica que há um valor onde a curva, para $H = 30 \text{ cm}$, encontra um máximo. Este valor é devido a interação entre a placa, deste tamanho, e a superfície vizinha, no caso um placa adiabática vertical posterior a face aquecida. O movimento do ar estabelecido entre o “canal” é tal que oferece uma condições para a máxima troca térmica. Diferentes alturas encontrarão diferentes picos de máximo. O esperado é encontrar o valor de máxima troca térmica mais distante da superfície vizinha conforme maior altura de placa adotada.

5.5 Aproximação da Parede Horizontal Inferior

As linhas de fluxo da Fig. 68 indicam movimentação da corrente de ar ao redor da placa plana.

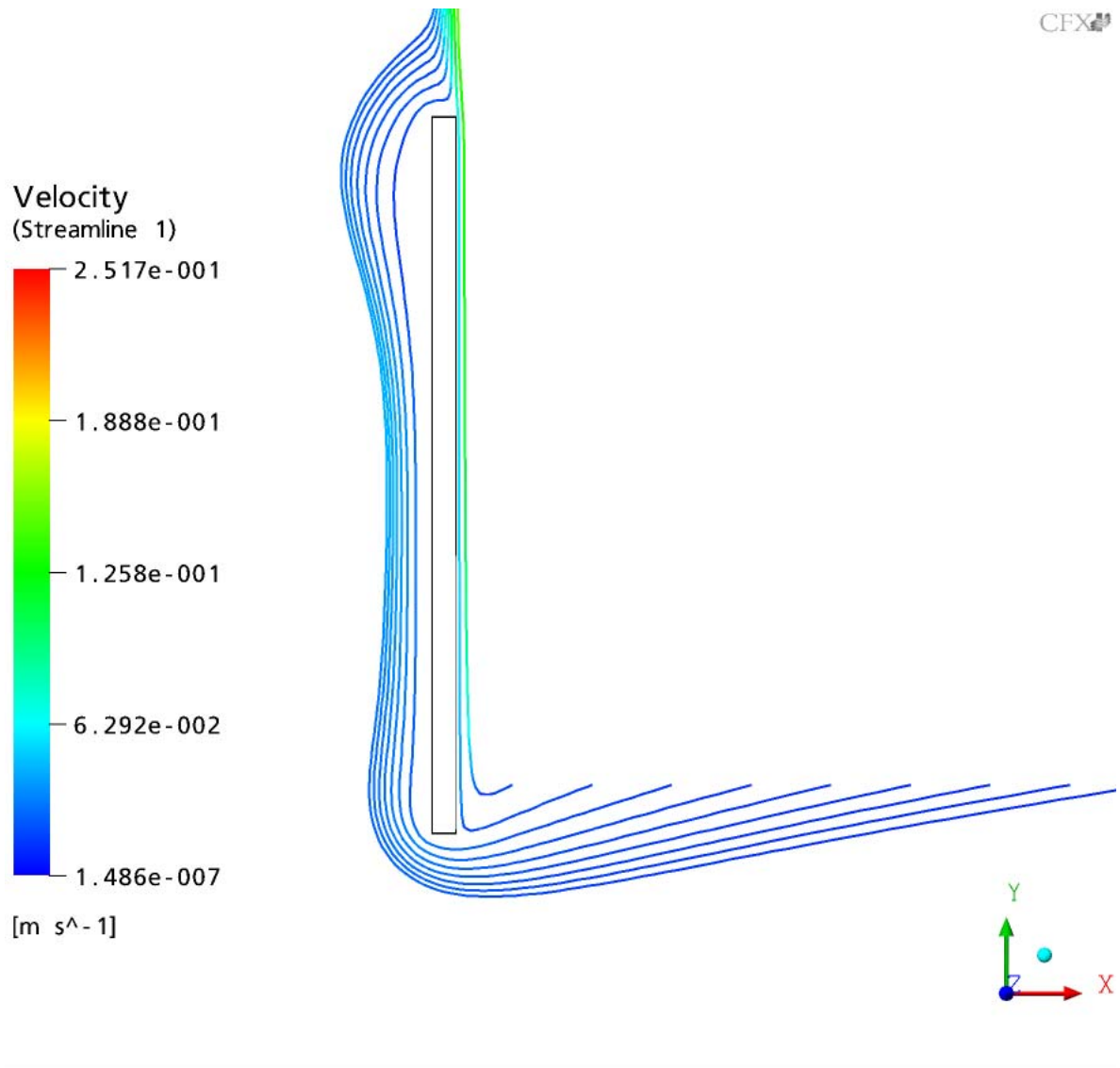


Figura 68: Linhas de fluxo no escoamento perturbado por uma superfície vizinha horizontal, $b = 5,0 \text{ cm}$, $H = 15,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

Com a restrição formada entre a placa plana e a parede inferior horizontal o fluxo de ar ao redor da placa é modificado, principalmente na região próxima ao primeiro fluxímetro, Fig. 69. A restrição não forma um canal mas impede que o movimento seja “padrão” (caso da placa livre), aumentando o calor advectado pelo ar sobre a placa plana, pelo menos no início da placa. No entanto, Jaluria [1985] informa que a influência de uma parede inferior não é sentida de maneira expressiva.

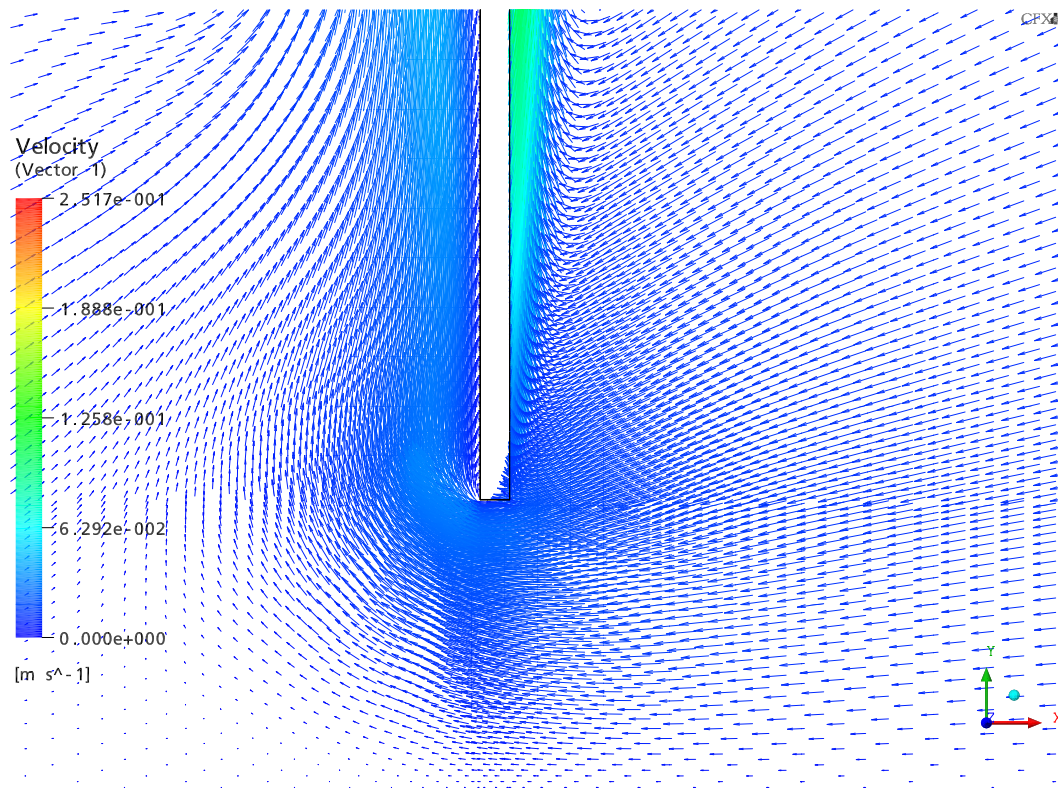


Figura 69: Vetores velocidade modificados em função da aproximação de uma parede inferior horizontal, $H = 15,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$, $y = 5 \text{ cm}$.

A influência, isolada, da superfície horizontal inferior realmente é negativa para o coeficiente de troca, ou seja, a troca térmica é prejudicada. A Fig. 70 apresenta o efeito da aproximação de uma parede inferior horizontal no coeficiente de troca. O gráfico representa, em suas coordenadas, o coeficiente “h” e uma aproximação $\frac{y}{H}$, $H = 15 \text{ cm}$. Como era de se esperar a aproximação de uma parede inferior horizontal reduz a troca térmica, fruto de uma redução local da velocidade do fluido. Para este caso foram realizadas experimentações em bancada e simulação numérica. A variação do coeficiente obtido experimentalmente e simulado está registrado na Fig. 70.

A Fig. 70 ainda apresenta uma comparação entre os valores experimentais e simulados. Na Fig. 70 é mostrado, em linha contínua, o coeficiente de troca experimental e simulado para o caso da placa livre, que servem como referência para a visualização da modificação na troca térmica em função da aproximação de uma parede inferior horizontal.

Nota-se um aumento da troca de calor e logo em seguida uma forte redução desta quando se aproxima a placa plana de superfície horizontal inferior adiabática. Este efeito é mencionado em Jaluria [1985].

Na Fig. 71 apresenta-se a variação do coeficiente de troca mediante aproximação da placa

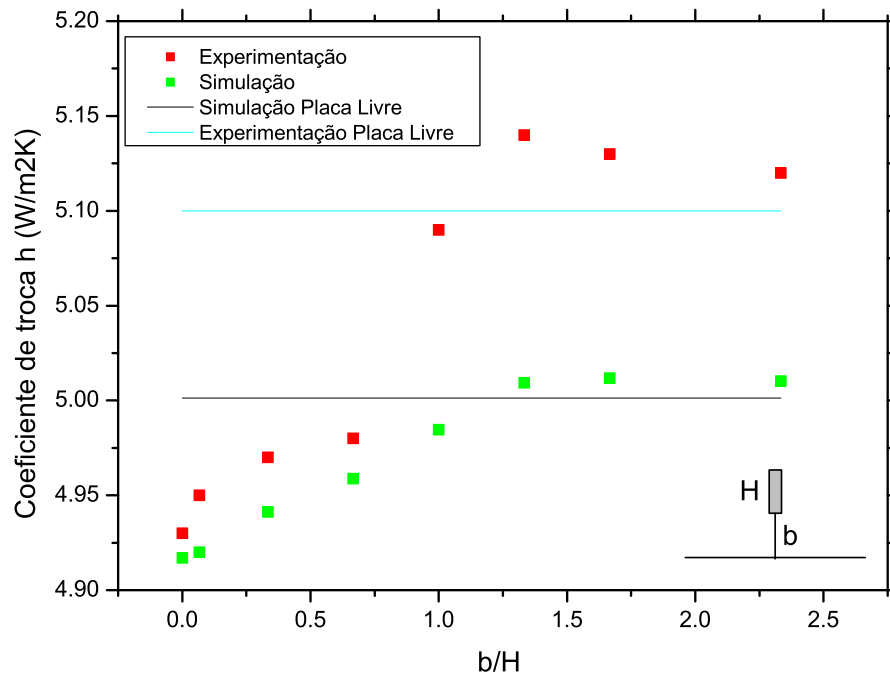


Figura 70: Variação do coeficiente de troca “h” em função da aproximação de uma parede inferior horizontal, $H = 15,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

plana em direção à uma parede horizontal inferior. Na figura são apresentados valores provenientes da simulação em software e também experimentação em bancada. O mesmo que ocorre para uma placa de altura total $H = 15 \text{ cm}$ ocorre para uma placa de altura $H = 30 \text{ cm}$. O pequeno aumento inicial é sentido por causa de restrições causadas pela configuração de montagem. Tanto a simulação quanto a experimentação mostraram que o coeficiente de transferência de calor por convecção é modificado pela presença de superfícies próximas à placa plana vertical aquecida isotermicamente. O valor da reta contínua representa uma referência que é o caso da placa livre das vizinhanças.

As Figs. 70 e 71, qualitativamente, indicam um comportamento do coeficiente de transferência de calor por convecção mediante a aproximação de superfície adiabática horizontal inferior. Na experimentação, consegue-se uma aproximação da superfície adiabática com a utilização de EPS revestido de papel aluminizado.

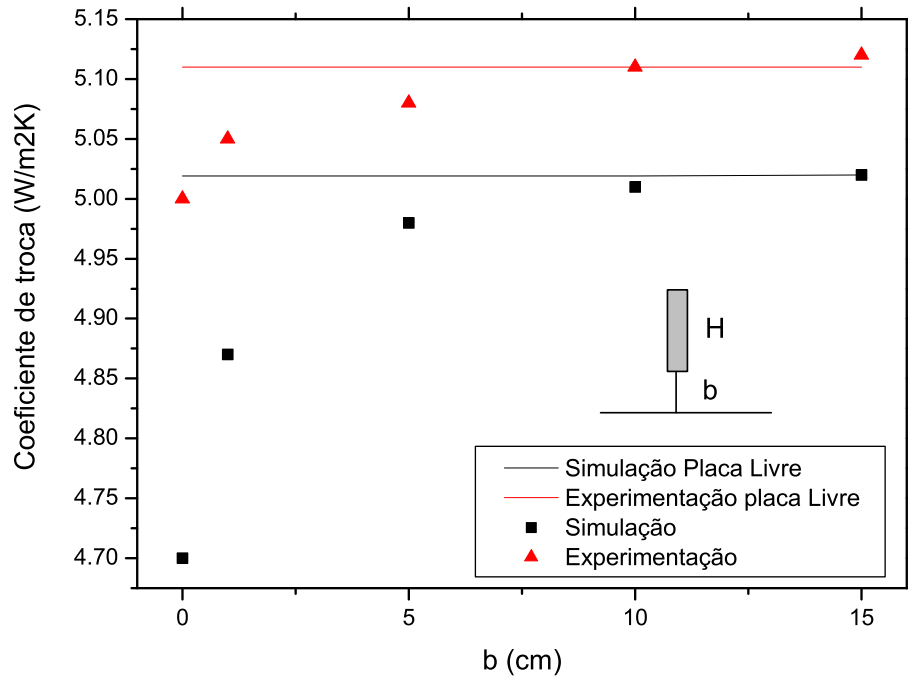


Figura 71: Variação do coeficiente de troca “h” em função da aproximação de uma parede inferior horizontal, $H = 30,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

5.6 Aproximação da Parede Vertical Posterior

A Fig. 72 indica a modificação na movimentação das massas de ar que ocorre quando se aproxima a placa plana isotérmica da parede vertical posterior.

Há uma parcela do fluxo de ar que é deslocada para trás, sendo literalmente sugada pela diferença de pressão existente no canal. Isto é causado pelo arraste viscoso na parte superior da placa. Cabe ressaltar que esse efeito difere de um canal tipo chaminé, por não possuir a parte aquecida internamente. O ar que deixa a placa aquecida ascende, arrastando a porção existente entre a placa e a superfície vizinha. Dessa forma, esse efeito é reponsável por incrementar o fluxo de massa de ar, com menor temperatura, na região da placa e por consequência o aumento da troca de calor.

O gráfico na Fig. 73 mostra a variação do coeficiente de troca médio nos 10 *cm* iniciais. O valor médio é calculado conforme Eq. 5.3:

$$\bar{h} = \frac{\sum_i^n h_i}{n}. \quad (5.3)$$

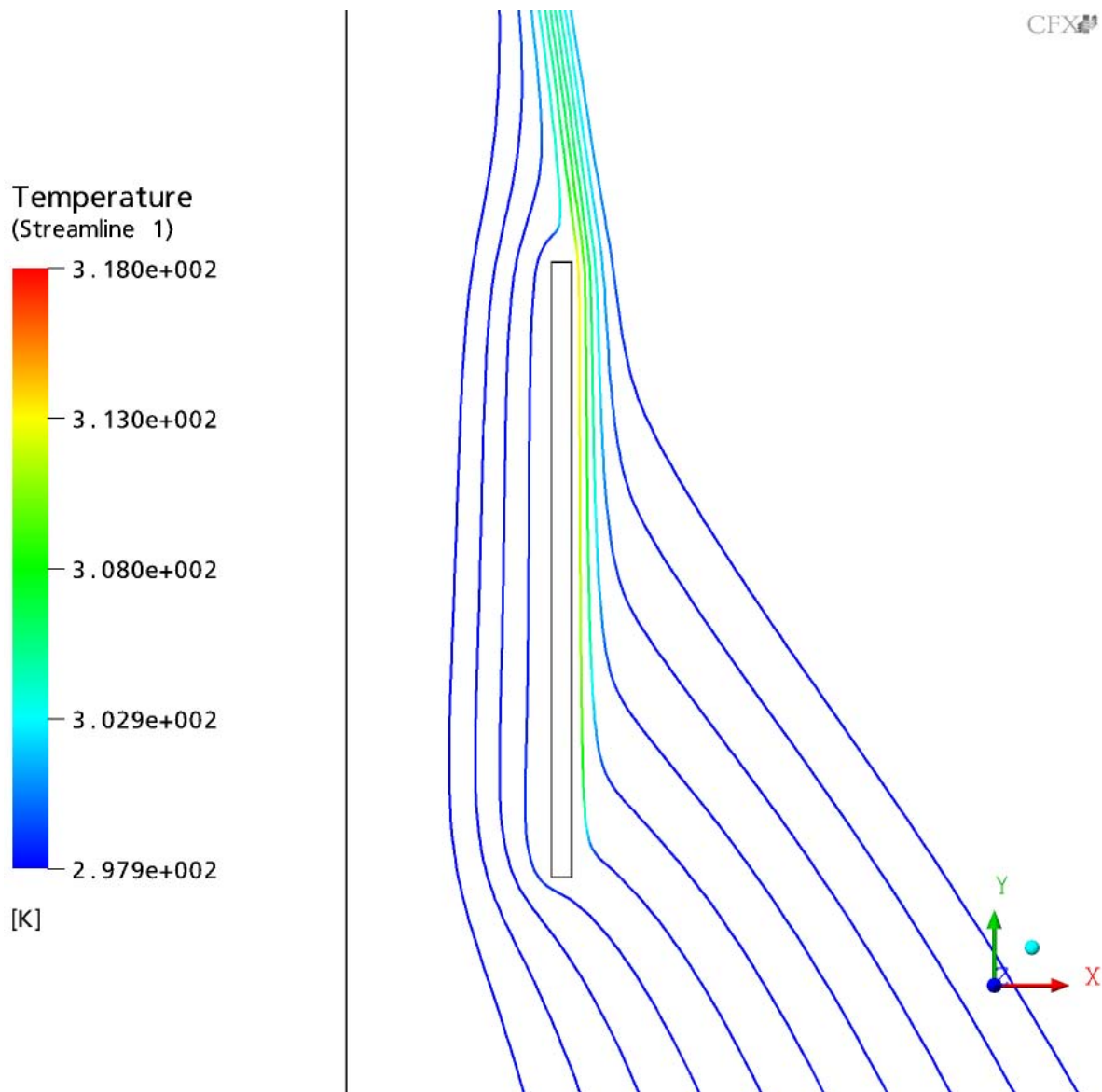


Figura 72: Modificação das linhas de fluxo, $H = 15,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$, $b = 5 \text{ cm}$.

Para se descobrir o valor do coeficiente médio de troca de calor, \bar{h} , divide-se a placa em n pontos e efetua-se a média proposta pela Eq. 5.3. Assim para para cada aproximação tem-se o valor médio do coeficiente de troca térmica por convecção natural. Este método também é realizado na experimentação diretamente através dos fluxímetros. Dessa forma, cada ponto do gráfico da Fig. 73 é uma média de “ n ” valores do coeficiente de troca. Em todos os casos, o valor de “ n ” foi assumido 100, dessa forma dispoê-se de 20 pontos em cada fluxímetro.

Da mesma forma vale explicação do efeito da aproximação da superfície vizinha vertical posterior à placa plana. O efeito é evidenciado na Fig. 74.

Para a placa plana com altura de $H = 45 \text{ cm}$ foram realizadas apenas simulações. Os valores para a variação do coeficiente estão mostradas na fig. 75. Na figura em questão novamente é

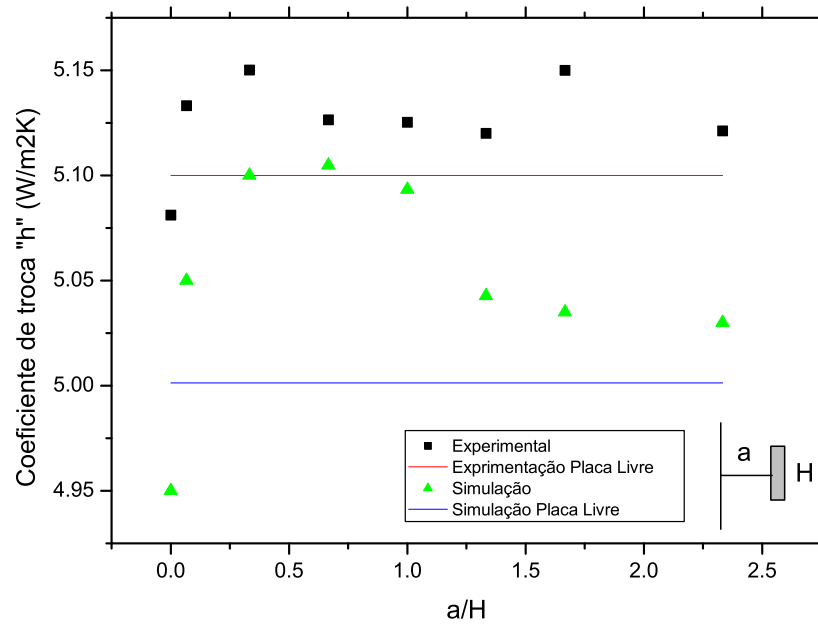


Figura 73: Variação do coeficiente de troca “h” em função da aproximação de uma parede posterior vertical, $H = 15,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

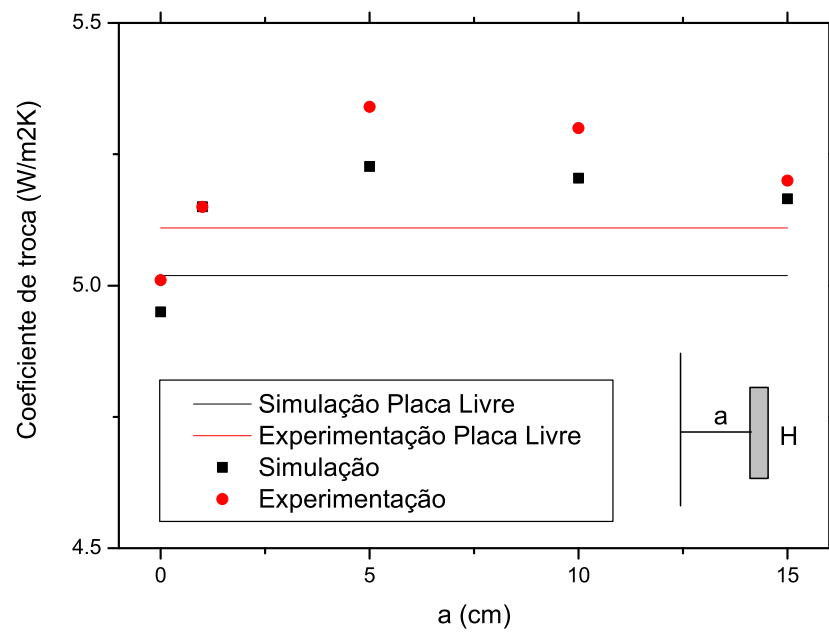


Figura 74: Variação do coeficiente de troca “h” em função da aproximação de uma parede posterior vertical, $H = 30 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

percebido que o coeficiente de troca sofre um aumento significativo de valor. Em seguida sofre uma diminuição por efeito de estrangulamento de fluxo. Para o caso da aproximação de superfície horizontal inferior, o coeficiente de troca tende a diminuir de valor, o que é evidenciado em outras situações.

Para projeto, a variação experimentada pelo coeficiente de troca de calor por convecção mostrado na Fig. 74, em torno de 1 % para o caso experimental e de 2 % para o caso simulado, não é relevante, entretanto para visão científica temos um efeito interessante: o aumento da troca térmica mediante simples aproximação de uma placa plana aquecida de uma parede vertical posterior sendo que a face aquecida é oposta à parede vertical. O lado oposto ao aquecido é considerado como adiabático pelos dois modelos, experimental e simulado.

Novamente temos um aumento máximo para a troca térmica que é experimentado quando aproximamos a placa plana da superfície vizinha correspondente. Este efeito, como já descrito, é devido a restrições no fluxo de massa fazendo com que o aumento de velocidade provoque um aumento da troca térmica para uma queda posterior.

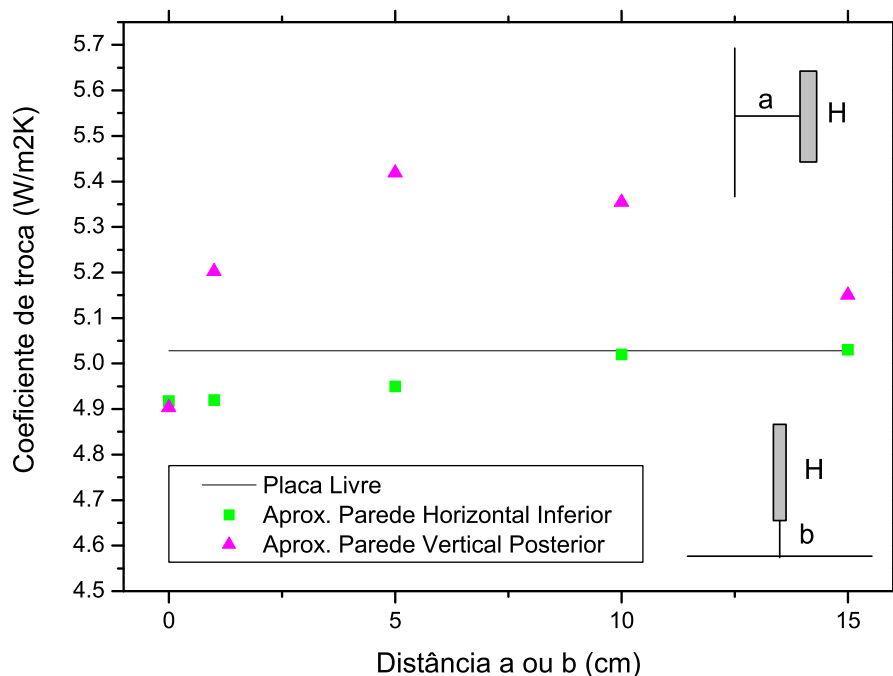


Figura 75: Variação do coeficiente de troca “h” em função da aproximação das superfícies vizinhas, $H = 45 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

Para o caso ilustrado na Fig. 75 tem-se uma comparação entre os efeitos da parede adiabática posterior vertical e horizontal inferior. Percebe-se que a parede adiabática vertical posterior

influencia mais na troca térmica do que a parede adiabática inferior horizontal. Novamente o aumento até um valor máximo do coeficiente de troca é oriundo de uma restrição ao fluxo de massa e aumento da velocidade de escoamento.

5.7 Aproximação Simultânea das Paredes Horizontal e Vertical

A Fig. 76 indica a modificação do coeficiente de troca, “h”, com uma aproximação simultânea das paredes adiabáticas, inferior e posterior. Essa aproximação se deu de forma discreta, ou seja, foram escolhidos alguns valores para distanciamento entre as paredes. O gráfico na Fig. 76 indica as regiões de troca térmica. Esses resultados são oriundos da simulação em computador.

O valor médio do coeficiente de troca “h” é calculado conforme Eq. 5.3.

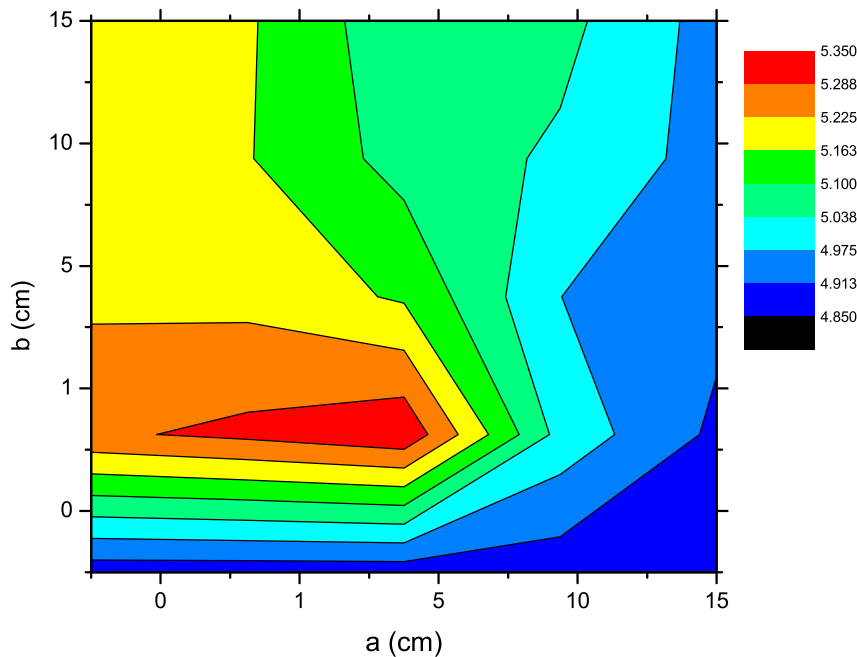


Figura 76: Variação do coeficiente de troca “h” em função da aproximação de uma parede posterior vertical, distância a , e parede inferior horizontal, distância b , $H = 15,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

A Fig. 76 apresenta a variação do coeficiente de troca em função de aproximação das superfícies vizinhas. Percebe-se que ocorre um incremento do coeficiente de troca para uma configuração de teste com $a = 5 \text{ cm}$ e $b = 5 \text{ cm}$.

A parede posterior tem efeito mais positivo para a troca térmica. Uma vez aproximando-se da placa plana, o efeito tende a aumentar a troca de calor por provocar um arraste viscoso maior na região superior de saída do canal. Tal efeito produz uma maior movimentação de massas de ar na região do canal, que por sua vez aumenta a movimentação na região frontal da placa plana, aumentando assim a troca térmica.

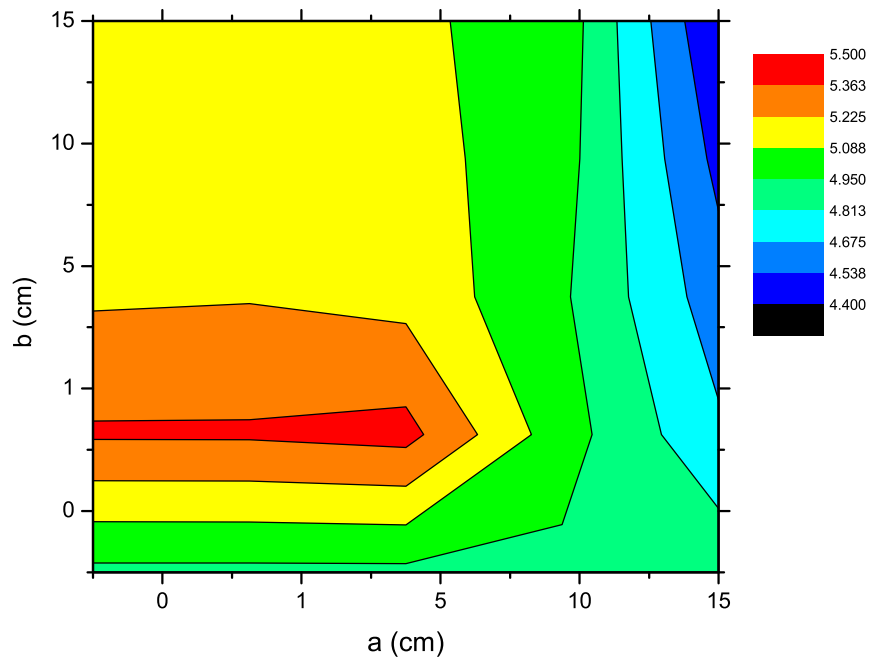


Figura 77: Variação do coeficiente de troca “h” em função da aproximação de uma parede posterior vertical e parede inferior horizontal, $H = 30,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

Na Fig. 77 também nota-se uma região de maior troca térmica mediante aproximação simultânea das paredes vizinhas inferior e posterior. A altura para o caso a placa plana foi de 30 cm e o $\Delta T = 20 \text{ K}$. Porém, quando simula-se placa plana de maior altura tem-se uma região de maior troca térmica levemente mais afastada das superfícies vizinhas. O que pode ser visto também na Fig. 78.

As Figs. 76, 77 e 78 apresentam valores para o coeficiente de troca em função de aproximação simultânea de superfícies vizinhas. Os valores sinalizam que quanto maior a altura da placa plana mais distante é seu ponto ótimo de operação. Para cada altura de placa temos um ponto ótimo que é sistematicamente mais próximo da parede vertical posterior. Ou seja, cada vez que se aumenta a altura da placa tende a se deslocar a região de maior troca para a direita. Isso se deve ao aumento o arraste viscoso proporcionado pela placa aquecida na região superior.

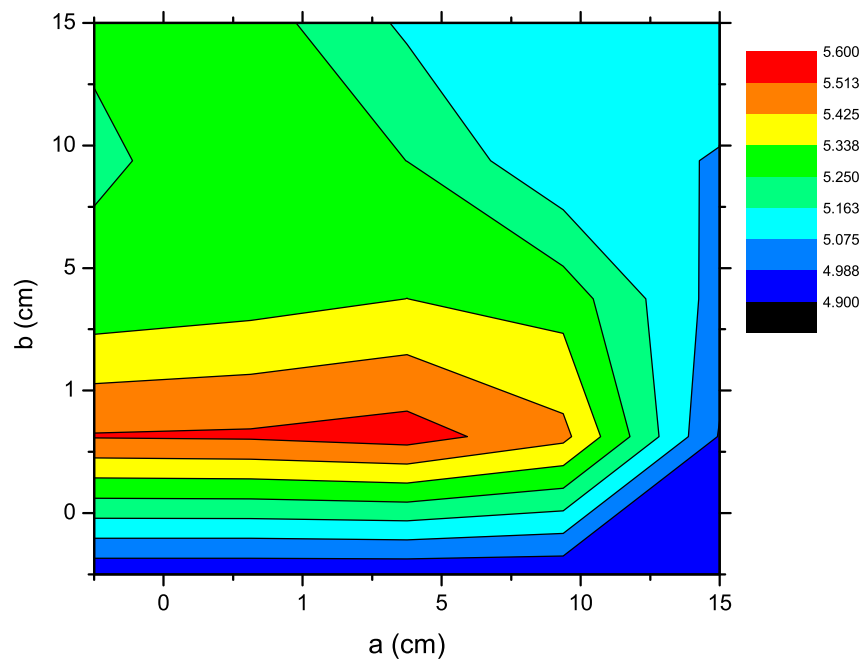


Figura 78: Variação do coeficiente de troca “h” em função da aproximação de uma parede posterior vertical e parede inferior horizontal, $H = 45,0 \text{ cm}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

O aumento no coeficiente de transferência de calor provocado pela simples aproximação da placa plana isotérmica vertical em relação as paredes vertical posterior e horizontal inferior é significativo pois o experimento mostra foi realizado com a face aquecida oposta à parede adiabática vertical posterior e a face frente a esta parede isolada. A conclusão inicial seria que como a face frontal a parede vertical está isolada nenhum aumento na troca térmica seria possível. Os experimentos e as simulações, Figs. 76, 77 e 78, mostram que há um aumento devido a esta aproximação. O baixo aumento do coeficiente é devido aos baixos valores de ΔT e altura de placa H .

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram usados métodos computacionais e experimentais. As soluções para o escoamento (velocidade e temperatura) nas vizinhanças de uma placa plana vertical isotérmica em diversas situações (placa livre, encastrada e próxima à superfícies adiabáticas) foram encontradas seguindo os critérios de simulação e experimentação recomendados pela literatura. O questionamento inicial, de que é possível um incremento da troca de calor por convecção natural no modelo de placa estudado, foi respondido indicando um aumento no coeficiente de troca. Por outro lado, em certas condições de arranjo da placa plana, a troca térmica ficou dificultada.

Com a configuração não convencional de uma espécie de canal formado pela superfície vizinha e a placa plana isotérmica, Fig. 24, demonstrou-se que é possível aumentar a troca térmica entre a placa vertical isotérmica e o ar em convecção natural somente pela aproximação dessa placa com as paredes vertical e horizontal. As restrições físicas ao escoamento ao redor da placa plana, formando fronteiras fixas, aumentam a velocidade do ar, incrementando, dessa forma, a troca térmica média, ao menos nos 5 cm iniciais, como foi mostrado no capítulo 5. O desvio no escoamento ao redor da placa plana, mostrado na Fig. 59, é a causa do aumento na velocidade, e portanto, na troca de calor. O aumento segue uma relação inversa à aproximação, inicialmente, para depois decair por causa da dificuldade na passagem do fluxo de massa.

No caso da placa se aproximando de uma parede inferior horizontal adiabática, a troca térmica passa a ser menor do que o valor para placa livre depois de aumentar levemente. O caso da placa se aproximando de uma parede posterior vertical indica que o valor da troca térmica aumenta significativamente e depois segue para um valor próximo ao da placa encastrada. Quando se aproximam ambas as paredes, vertical posterior e horizontal inferior, à placa plana o efeito tende a aumentar ainda mais por causa do arraste viscoso, induzindo um fluxo no canal formado, e uma leve restrição do fluxo mássico ocasionado pela restrição da parede inferior. Foi possível compor uma mapa de troca térmica, Fig. 76, variando-se o distanciamento da placa plana às superfícies vizinhas. Neste gráfico pode-se perceber que há uma região mais favorável a troca térmica com o seu respectivo distanciamento.

Os efeitos de aproximação simultânea das paredes vizinhas tendem a aumentar a troca térmica da placa plana. Essa potencialização da transferência de calor para o ar pode ser utilizada em trocadores de calor de equipamentos eletrônicos. Em valores absolutos, a simples aproximação da placa plana em direção às superfícies vizinhas não representa um valor muito elevado, no entanto, um ganho de cerca de 10% na troca térmica de equipamentos permutadores de calor é um valor bem apreciado.

Os fluxímetros foram calibrados com sucesso e a reprodutibilidade da constante de medição foi observada. Os transdutores se mostraram eficientes em realizar a tarefa de medição do fluxo de calor por convecção natural entre uma placa plana vertical isotérmica e o ar quiescente. A sensibilidade dos transdutores foi suficiente para captar o baixo valor do coeficiente de troca “ h ”. A montagem da bancada foi realizada com facilidade, baixo custo e o sistema operou com efetividade.

O software de simulação ANSYS-CFX 10.0 foi útil e apto para a solução numérica do escoamento obtendo-se valores muito próximos dos teóricos e relativamente próximo dos experimentais, mostrados na Fig. 54. A comparação com o caso teórico foi realizada e resultados indicam que a modelagem escolhida para placa plana encastrada é coerente com Ostrach [1952]. Os parâmetros de simulação escolhidos seguiram fiéis aos fenômenos físicos proporcionando resultados confiáveis, para a velocidade, temperatura, pressão e densidade.

Apesar de não obtida, a correlação envolvendo parâmetros dimensionais, hidrodinâmicos e termo-físicos é possível de ser encontrada mediante uma série de testes com diversas condições de: espaçamento, altura de placa e ΔT . A expressão deve prever uma alteração da troca térmica, partindo-se do valor para caso da placa livre passando por um máximo e decaindo posteriormente por razões de estrangulamento de fluxo de massa.

6.1 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

O objetivo era encontrar uma parametrização para o problema descrito indicando um possível relacionamento entre troca térmica e variáveis: distância da parede “a”, distância do chão “b”, altura da placa e ΔT . No entanto, a grande quantidade de testes, simulação e experimentação, necessários para a confecção de uma correlação foi um impedimento à conclusão.

Recomenda-se para um trabalho de maiores profundidade e tempo disponível a busca por uma relação do tipo:

$$Nu = \mathfrak{S}(a, b, H, \Delta T, g, \nu, \rho, Pr, \dots) \quad (6.1)$$

ou

$$Nu = \mathfrak{S}(Ra^*, Pr) \quad (6.2)$$

onde

$$Ra^* = \wp(Ra, a, b, H) \quad (6.3)$$

sendo

$$Ra = \frac{\rho g \beta \Delta T y^3}{\nu^2} \quad (6.4)$$

A função \wp será tal que deverá prever um aumento inicial de Ra^* , mediante uma aproximação da placa plana às superfícies vizinhas e um decaimento posterior de Ra^* em detrimento de maior proximidade, o que ocasiona uma restrição ao fluxo de massa, diminuindo a troca térmica.

APÊNDICE A – Apêndice A

A.1 Propagação de Erros

Simplesmente consiste em derivadas parciais que somadas as suas contribuições correspondem ao incremento da variável em questão. Segue a análise, sendo q o fluxo de calor medido em $\left(\frac{W}{m^2}\right)$, definido como no Capítulo (2), V a voltagem em Volts (V), V_c a voltagem em Volts do fluxímetro na calibração (V), ΔT diferença de temperatura em (K), R a resistência elétrica em Ohms (Ω), i corrente elétrica em (A), h coeficiente de troca de calor por convecção em $\left(\frac{W}{m^2K}\right)$, c_f constante de proporcionalidade do fluxímetro de fuga em $\left(\frac{W}{m^2\mu V}\right)$, c constante de proporcionalidade de um fluxímetro também medida em $\left(\frac{W}{m^2\mu V}\right)$, A área de troca (m^2) e A_f área de troca do fluxímetro de fuga também em (m^2), então:

$$q = cV$$

$$h = \frac{q}{\Delta T}$$

$$h = \frac{cV}{\Delta T} \tag{A.1}$$

$$dh = \frac{V}{\Delta T}dc + \frac{c}{\Delta T}dV - \frac{cV}{\Delta T^2}d\Delta T$$

$$c = \frac{\frac{Ri^2}{A} - c_fV_f}{V_c}$$

$$dc = \frac{\frac{i^2}{V_c}}{V_c}dR + \frac{\frac{2Ri}{V_c}}{V_c}di - \frac{\frac{Ri^2}{V_c}}{V_c}dA + \frac{V_f}{V_c}dc_f + \frac{c_f}{V_c}dV_f - \frac{\frac{Ri^2}{A} - c_fV_f}{V_c^2}dV_c \tag{A.2}$$

$$c_f = \frac{\frac{0.95Ri_f^2}{A_f}}{V_f}$$

$$dc_f = \frac{\frac{0.95i_f^2}{A_f}}{V_f}dR + \frac{\frac{2 \times 0.95Ri_f}{A_f}}{V_f}di_f - \frac{\frac{0.95Ri_f^2}{A_f^2}}{V_f}dA_f - \frac{\frac{0.95Ri_f^2}{A_f}}{V_f^2}dV_f \quad (\text{A.3})$$

A Tab. 6 mostra os valores de propagação de erros típicos para o problema em questão.

Tabela 6: Valores para análise de propagação de erros

Variável	Valor	Unidade
i_f	10	mA
R	10	Ω
A_f	0,001	m^2
V_f	14400	μV
i	10	mA
A	0,001	m^2
V	14400	μV
c	0,3308	$W/\mu V$
c_f	0,3308	$W/\mu V$
ΔT	20	K
V_c	14400	μV
dR	0,1	Ω
di_f	0,001	mA
dA_f	0,0000005	m^2
dV_f	1	μV
dV	1	μV
dV_c	1	μV
di	0,01	mA
dA	0,0000005	m^2
$d\Delta T$	0,1	K
dc_f	0,02834	$W/\mu V$
dc	0,82	$W/\mu V$
dh	0,0006	$W/m^2 K$

APÊNDICE B – Apêndice B

B.1 Materiais Utilizados na Confeção da Bancada Experimental

A Tab. 7 mostra as propriedades termo físicas dos materiais utilizados.

Tabela 7: Propriedades termofísicas dos materiais utilizados

Material	Cond. Térmica ($\frac{W}{mK}$)	Espessura (m)	Área (m^2)
EPS - Poliestireno Expandido	0.04	0.04	0.15 x 0.15
Placa de alumínio	247	0.004	0.15 x 0.15
Pasta térmica	100	< 0.001	—
Filme de alumínio	247	< 0.001	0.05 x 0.10
Resistência térmica	—	0.001	0.15 x 0.15
Fluxímetro	150	0.002	0.02 x 0.05

Referências

- ARIS, R. *Vectors tensors and the basics equations of fluid mechanics*. [S.l.]: Dover Publications, Inc, 1989.
- BATCHELOR, G. K.; S., F. R. *An Introduction To Fluid Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1994.
- BEJAN, A. *Convection heat transfer*. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- BODOIA, J. R.; OSTERLE, J. F. The development os free convection between heated vertical plates. *Journal of Heat Transfer*, v. 1, n. 84, p. 40–44, 1962.
- BURMEISTER, L. C. *Convective Heat Transfer*. 2. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 1993.
- CFX, A. *Manual Ansys CFX 5.7, User Contents and Help Files included*. USA, 2003.
- CHURCHILL, S. W.; CHU, H. H. S. Correlanting equations for laminar and turbulent free convection from a vertical plate. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 18, p. 1323–1330, 1975.
- CHURCHILL, S. W.; USAGI, J. F. A general expression for the correlation of rates of transfer and other phenomena. *AIChE Y.*, v. 18, p. 1121–1128, 1972.
- CLAUSING, A. M. Natural convection correlations for vertical surfaces including influence of variables properties. *Journal of Heat Transfer*, v. 105, p. 138–143, February 1983.
- DESRAYAUD, G.; FICHERA, A. Laminar natural convection in a vertical isothermal channel with symmetry surface-mounted rectangular ribs. *International Journal of Heat and Fluid flow*, n. 23, p. 519–529, 2002.
- DIAS, T.; MILANEZ, L. F. Natural convection due to a heat source on a vertical plate. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 47, p. 1227–1232, September 2004.
- ECKERT, E. R. G. *An introduction to the transfer of heat and mass*. New York: McGraw Hill Book Company Inc., 1950.
- ECKERT, E. R. G.; DRAKE, R. M. *Analysis of Heat and Mass Transfer*. Reprint. United States of America: Hemisphere Publishing Corporation, 1987.
- ELENBAAS, W. Heat dissipation of parallel plates by free convection. *Physica*, v. 9, n. 1, p. 1–28, 1942.
- GIBLIN, R. *Transmission de la chaleur par convection naturelle*. [S.l.]: Eyrolles, 1974.
- GONÇALVES JR., A. A. *Apostila de Metrologia - Notas de Aula*. Florianópolis, 2002.

- GRAND, D.; VERNIER, P. Combined convection in liquid metals. In: *Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Turbulent Forced Convection in Channels and Rod Bundles*. Istanbul: [s.n.], 1978.
- GÜTHS, S. *Anémomètre a effet Peltier et fluxmètre thermique: conception et réalisation. Application a l'étude de la convection naturelle*. Tese (Doutorado) — Université D'Artois, France, 1994.
- GÜTHS, S. *Convecção natural em placa vertical: Análise de caso e de incertezas envolvidas na instrumentação*. Florianópolis, Dezembro 1998.
- GÜTHS, S. et al. Um transdutor de fluxo de calor a gradiente tangencial. In: *XI Congresso Brasileiro em Engenharia Mecânica (COBEM)*. Belo Horizonte - MG - BR: [s.n.], 1995.
- HERNÁNDEZ, J.; ZAMORA, B. Effects of variable property and non-uniform heating on natural convection flows in vertical channels. *International Communications Heat and Mass Transfers*, v. 48, p. 793–807, 2005.
- INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P. *Fundamentos de Transferência de Calor e Massa*. [S.l.]: LTC. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 2003.
- JALURIA, Y. Interaction of natural convection wakes arising from thermal sources on a vertical surface. *Journal of Heat Transfer*, v. 107, p. 883–892, November 1985.
- KAISER, A. S.; ZAMORA, B.; VIEDMA, A. Correlation for nusselt number in natural convection in vertical convergent channels at uniform wall temperature by a numerical investigation. *International journal of Heat and Mass Transfer*, v. 25, p. 671–682, February 2004.
- KETTLEBOROUGH, C. F. Transient laminar free convection between heated vertical plates including entrance effects. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 15, p. 883–896, 1972.
- LA PICA, A.; RODON, G.; VOLTERRA, R. An experimental investigation on natural convection of air in a vertical channel. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 36, n. 3, p. 611–616, 1993.
- LAGUERRE, O.; FLICK, D. Heat transfer by natural convection in domestic refrigerators. *Journal of Food Engineering*, v. 62, p. 79–88, 2004.
- LANDAU, L.; LIFCHITZ, E. *Mécanique des fluides*. Moscou: Editions MIR, 1971.
- LEFEVRE, E. J. Laminar free convection from a vertical plane surface. In: *Proc. 9th Congress Appl. Mechanics*. Bruxelas: [s.n.], 1956. v. 4, p. 168–174.
- LIENHARD, J. H.; LIENHARD, J. H. *Transferts Thermiques: Mécanique des fluides anisothermes*. [S.l.]: Phlogiston Press, 2006. 762 p.
- LIU, J. P.; TAO, W. Q. Numerical analysis of natural convection around a vertical channel in a rectangular enclosure. *Heat and Mass Transfer*, v. 31, p. 313–321, 1996.
- MAHAJAN, R. L.; GEBHART, B. An experimental determination of transition limits in a vertical natural convection flow adjacent to a surface. *Journal of Fluid Mech.*, 1979.

MALISKA, C. R. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. [S.l.]: LTC. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 1995.

MARCONDES, F. *Solução Numérica do Problema Elíptico da Convecção Natural em Canais Abertos*. Dissertação (Mestrado) — UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina, 1988.

MILIOLI, F. E. *Soluções Numéricas de Problemas Bidimensionais de Convecção Natural em Cavidades Arbitrárias*. Dissertação (Mestrado) — UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina, 1985.

OSTRACH, S. An analysis of laminar free-convection flow and heat transfer about a flat plate parallel to the direction of the generating body force. *NACA REPORT*, Washington, n. 2635, February 1952.

RAMESH, N.; VENKATESHAN, S. P. Experimental study of natural convection in a square enclosure using differential interferometer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 44, p. 1107–1117, 2001.

ROSEHNOW, W. M.; HARTNETT, J. P.; CHO, Y. I. *Handbook of Heat Transfer*. 3 edition. ed. [S.l.: s.n.], 1998.

SCHIMIDT, E.; BECKMANN, W. Das temperatur und geschwindigkeitsfeld vor einer wärme abgebenden senkrechter platte bei natürilicher konvection. *Tech. Mech. u. Thermodynamik*, v. 1, n. 10, p. 341–349, 1930.

TAINE, J.; PETIT, J. P. *Transferts Thermiques: Mécanique des fluides anisothermes*. [S.l.]: Dunod Université, 1989. 345 p.

TANDA, G. Natural convection heat transfer in vertical channels with and without transverse square ribs. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 40, n. 9, p. 2173–2185, 1997.

ZAMORA, B.; HERNÁNDEZ, J. Influence of variable property effects on natural convection flows in asymmetrically-heated vertical channels. *International Communications Heat and Mass Transfers*, v. 24, n. 8, p. 1153–1162, 1997.

ZAMORA, B.; HERNÁNDEZ, J. Influence of upstream conduction on the thermally optimum spacing of isothermal, natural convection-cooled vertical plate arrays. *Int. Comm. Heat Transfer*, v. 28, n. 2, p. 201–210, 2001.